

**THESE**

Présentée devant

**L'UNIVERSITE JEAN-MONNET**

Pour obtenir le grade de

**DOCTEUR**

(arrêté ministériel du 30 mars 1992)

Spécialité : Électronique

(Traitement du Signal)

Par

**Mohamed EL BADAoui**

Ingénieur ISTASE

**Contribution au Diagnostic Vibratoire des Réducteurs Complexes à  
Engrenages par l'Analyse Cepstrale**

Soutenue le 9 juillet 1999

Composition du jury :

Mr. J.L. LACOUME	: Président
Mr. R.B. RANDALL	: Rapporteur
Mr. M. SIDAHMED	: Rapporteur
Mr. P. VELEX	: Examineur
Mr. G. NOYEL	: Examineur
Mr. J. DANIERE	: Directeur
Mr. F. GUILLET	: Codirecteur

## REMERCIEMENTS

Ce travail a été réalisé au Laboratoire d'Analyse de signaux et des Processus Industriels à l'IUT de Roanne.

Je tiens à remercier très vivement Monsieur le Professeur Joannès DANIÈRE qui a dirigé cette thèse, et qui m'a prodigué conseils pertinents et encouragements tout au long de ces trois années.

Je tiens à exprimer ma très vive gratitude à Monsieur François GUILLET, codirecteur de cette thèse, Maître de Conférence à l'IUT de Roanne, pour ses conseils et son aide constante tout au long de cette étude. Qu'il trouve ici l'expression de mes remerciements et ma sympathie.

Je remercie Monsieur le Professeur J.L. LACOUME de s'être intéressé à mon travail, et d'avoir bien voulu présider le jury de cette thèse.

Je suis très sensible à l'honneur que m'a fait Monsieur R.B. Randall, Professeur à l'Université New South Wales, Australie, en acceptant d'examiner ce travail, et pour les conseils qu'il m'a prodigué durant les deux mois passés au laboratoire.

Je remercie Monsieur M. SIDAHMED, Professeur à l'UTC, d'avoir bien voulu examiner ce travail.

Je remercie Monsieur P. VELEX, Professeur à l'INSA de Lyon, pour la collaboration entretenue et fructueuse entre le LMC et le LASPI et d'avoir accepté de participer au jury de ma thèse.

Je remercie Monsieur G. NOYEL professeur à l'ISTASE, d'avoir accepté de participer au jury de ma thèse.

Je tiens à remercier également Violaine pour les longs moments passés à faire des simulations indispensables à ce manuscrit, ainsi que Jérôme pour les discussions scientifiques ou non et les bons moments passés ensemble.

Enfin, mes sincères remerciements s'adressent à tous les membres du départements GIM, Nabih, Mylène, Pierre, Eric, Jean Pierre, ainsi que tous les autres, pour l'aide que chacun d'eux a pu m'apporter et pour les bons moments passés ensemble.

## RESUME

L'objectif de ce travail est de proposer deux nouveaux indicateurs pour le diagnostic des réducteurs complexes à engrenages. Ces indicateurs sont obtenus à partir du cepstre d'énergie des signaux accélérométriques prélevés sur ces réducteurs. L'analyse cepstrale a été retenue, en partie parce qu'elle présente un très bon rapport performance sur complexité, ce que confirme un examen de l'état de l'art en la matière.

Le premier indicateur est global dans le sens où son rôle est de désigner l'organe tournant développant un défaut dans le réducteur sous surveillance. Il est basé sur certaines propriétés d'invariance des pics du cepstre d'énergie. Ces propriétés ont été démontrées par le calcul de l'expression théorique du cepstre d'un modèle simplifié de signal d'engrètements multiples. Il est enfin montré que pour que cet indicateur remplisse pleinement son rôle, les signaux à traiter doivent être acquis sous échantillonnage angulaire, d'une part pour que le cepstre puisse garder sa résolution maximum et d'autre part pour pouvoir isoler chacun des engrètements d'un réducteur complexe par moyennage synchrone.

Le deuxième indicateur est à la fois local et sélectif en ce sens qu'il est capable de localiser et reconnaître, sur l'organe tournant incriminé, un défaut de type écaillage ou piqure. Il est basé sur le fait que le cepstre d'énergie de la signature temporelle de ce type de défaut est défini négatif, en conséquence il est bâti à partir de l'intégrale du cepstre d'une fenêtre glissante sur le signal.

Ces indicateurs ont été validés sur des signaux issus de simulations numériques et sur des signaux réels. Les simulations ont été obtenues à partir d'un modèle mécanique déjà disponible, elles ont permis de réaliser une étude paramétrique des défauts de type écaillage en dentures droites et hélicoïdales et aussi d'en révéler la signature temporelle.

A partir de signaux acquis sous échantillonnage angulaire, des exemples de séparation d'engrètements sont donnés. Enfin à partir de signaux qui ont déjà été utilisés en plusieurs occasions pour faire du diagnostic, les performances de ces deux indicateurs sont mises en évidence.



## SOMMAIRE

<b>INTRODUCTION GENERALE .....</b>	<b>7</b>
<b>I. CHAPITRE 1 : MODÉLISATION D'UN TRAIN D'ENGRENAGE ET DE DÉFAUTS DE DENTURES.....</b>	<b>10</b>
INTRODUCTION.....	11
I.B. ENGRENAGES PARALLÈLES EXTÉRIEURS.....	12
I.B.1. Points remarquables durant le processus d'engrènement .....	12
I.B.2. Plan d'action .....	14
I.B.3. Répartition de la force transmise durant l'engrènement.....	15
I.B.4. Les Différents types de détérioration des dentures d'engrenages.....	15
I.C. MODÉLISATION D'ENGRENAGES AVEC DÉFAUTS DE FORME ET DE MONTAGE (D'APRÈS VELEX ET MAATAR) ET DE DÉFAUTS DE DENTURES .....	18
I.C.1. Sources excitatrices.....	18
I.C.2. Présentation du modèle d'engrenages .....	24
I.C.3. Modélisation d'une avarie .....	29
I.D. CONCLUSION.....	31
<b>II. CHAPITRE 2 : ÉTAT DE L'ART CONCERNANT LES MÉTHODES DE DIAGNOSTIC DES RÉDUCTEURS À ENGRENAGES.....</b>	<b>32</b>
II.A. INTRODUCTION .....	33
II.B. ANALYSE SPECTRALE .....	34
II.B.1. Signal vibratoire d'un train simple d'engrenage.....	34
II.B.2. Spectre du signal.....	34
II.B.3. Manifestation d'un défaut de denture localisé.....	35
II.B.4. Détermination du spectre .....	35
II.B.5. Méthodes non paramétriques .....	36
II.B.6. Méthodes paramétriques .....	37
II.B.7. Exemples d'analyse spectrale .....	37
II.C. ANALYSE CEPSTRALE.....	40
II.D. ANALYSE TEMPORELLE.....	44
II.D.1. Démodulation d'amplitude et de phase .....	44
II.D.2. Analyse statistique des signaux.....	50
II.D.3. Méthodes basées sur les ruptures de modèles .....	53
II.E. MÉTHODES TEMPS FRÉQUENCE ET TEMPS -ÉCHELLE.....	55
II.E.1. Temps fréquence.....	55
II.E.2. Temps échelle .....	57
II.F. ANALYSE DE LA CYCLOSTATIONNARITÉ .....	58
II.F.1. Cyclostationnarité à l'ordre un : moyenne synchrone.....	59
II.F.2. Cyclostationnarité à l'ordre deux : l'autocorrélation .....	59
II.G. CONCLUSION .....	61
<b>III. CHAPITRE 3 : ANALYSE CEPSTRALE SYNCHRONE .....</b>	<b>62</b>
III.A. INTRODUCTION .....	63
III.B. PRINCIPE DU CEPSTRE D'ÉNERGIE .....	64
III.B.1. Cepstre de l'écho simple et de l'écho multiple .....	65
III.C. CEPSTRE D'ÉNERGIE D'UN MODÈLE DE STRUCTURE DE SIGNAUX D'ENGRÈNEMENTS ...	73

III.C.1. Cepstre d'énergie de signaux d'engrètements non bruités.....	74
III.C.2. Cepstre d'énergie de signaux d'engrètements bruités.....	79
III.D. DÉTERMINATION D'UN INDICATEUR ROBUSTE D'AVARIE.....	81
III.D.1. Indicateur Différentiel Cepstral Normalisé (IDCN) .....	81
III.E. IDENTIFICATION D'UN DÉFAUT D'ÉCAILLAGE PAR LE CEPSTRE GLISSANT .....	85
III.F. CONCLUSION.....	92
<b>IV. CHAPITRE 4 : VALIDATION ET ÉTUDES EXPÉRIMENTALES .....</b>	<b>93</b>
IV.A. INTRODUCTION.....	94
IV.B. VALIDATION DES SIGNAUX DE SIMULATIONS.....	95
IV.B.1. Présentation des signaux.....	95
IV.B.2. Cohérence spectrale.....	99
IV.C. ÉTUDES PARAMÉTRIQUES .....	106
IV.D. APPLICATIONS.....	109
IV.D.1. Séparation d'engrètements .....	109
IV.D.2. Diagnostic par l'indicateur Différentiel Cepstral Normalisé .....	115
IV.D.3. Localisation d'un défaut de type écaillage par le cepstre glissant .....	117
IV.E. CONCLUSION .....	121
<b>CONCLUSION GENERALE .....</b>	<b>122</b>
<b>REFERENCES .....</b>	<b>124</b>
<b>ANNEXES.....</b>	<b>133</b>

## **INTRODUCTION GENERALE**

# **INTRODUCTION GENERALE**

La production industrielle est condamnée à la performance si elle veut survivre : elle évolue dans un contexte de plus en plus sévère en ce qui concerne les coûts, les cadences, la qualité, la sécurité et les nuisances ; de ce fait, l'outil de production doit faire l'objet d'une maintenance efficace. C'est pourquoi la surveillance et le diagnostic des systèmes mécaniques sont passés au rang des préoccupations majeures des industriels. La tendance actuelle est de rechercher des outils capables de révéler de manière précoce l'apparition de dysfonctionnements dans le but de remplacer progressivement la maintenance systématique par une maintenance conditionnelle moins coûteuse.

Parmi les différentes méthodes de diagnostic possibles (analyse d'huile, analyse de température,...), celles qui reposent sur l'analyse vibratoire occupent une place de plus en plus importante en raison des performances croissantes du traitement du signal. Elles comportent trois étapes : La première est l'acquisition de signaux délivrés par des accéléromètres piézo-électriques ou des microphones judicieusement placés. La seconde utilise les procédures de traitement du signal pour fournir des informations condensées mais pertinentes. A partir de ces informations, la troisième utilise l'analyse des données et l'intelligence artificielle pour détecter d'éventuelles anomalies et prendre les bonnes décisions. Les travaux qui sont présentés ici concernent les deux premières étapes du diagnostic des réducteurs à engrenages. Les réducteurs font souvent partie des éléments les plus sollicités des systèmes de production.

Depuis longtemps déjà, les engrenages ont fait l'objet de nombreux travaux, on peut constater que la grande majorité de ceux-ci présente une particularité commune : les dispositifs expérimentaux et les traitements utilisés ne permettent de diagnostiquer que des cas simples c'est à dire ne comportant qu'un seul engrènement (un couple pignon-roue) et ne permettent pas d'entrevoir une extrapolation sûre vers le cas réel ou complexe (plusieurs engrènements). Pour tenter de faire progresser cette situation, un de nos objectifs est de proposer une procédure d'acquisition-traitement capable de désigner l'organe tournant qui développe un défaut dans un réducteur complexe à axes parallèles. Cette procédure est basée sur l'échantillonnage angulaire des signaux et leur analyse cepstrale. Une fois la roue défectueuse trouvée, nous montrons que l'analyse cepstrale peut encore être utilisée pour localiser le défaut s'il est de type écaillage.

Le premier chapitre de ce document expose les principes de la modélisation numérique par éléments finis d'un engrenage simple étage et de ses défauts de dentures. Cette phase est indispensable pour appréhender les principales sources d'excitation vibratoires d'un engrenage en fonctionnement sain en présence d'un défaut. A partir de ce modèle nous avons obtenu des signaux d'accélération simulés, que nous avons utilisés pour tester la sensibilité de nos méthodes et qui nous ont permis d'isoler l'excitation accélérométrique due à un défaut de type écaillage.

Dans le second chapitre nous présentons les méthodes de traitement du signal qui ont été utilisées jusque là pour le diagnostic vibratoire des engrenages. Parmi elles, nous avons retenu le cepstre d'énergie comme meilleur candidat pour atteindre les objectifs que nous nous sommes fixés ; d'une part en raison de sa simplicité, sa sensibilité, sa robustesse vis à vis de l'amplitude des signaux et de la position des capteurs et d'autre part parce que son comportement lors de l'apparition d'un défaut n'avait pas encore été expliqué théoriquement.

Le troisième chapitre est consacré au calcul de l'expression théorique du cepstre d'énergie d'un modèle simplifié de signal, supposé être issu d'un système constitué de plusieurs organes tournants. Si les signaux ont été acquis sous échantillonnage angulaire, ces



résultats nous permettent de définir un indicateur robuste de défaut et sa procédure d'utilisation, capable de désigner l'organe tournant défaillant. Par ailleurs il se trouve que le cepstre d'énergie de l'excitation accélérométrique due à un écaillage est strictement négatif, on peut donc localiser ce type de défaut en suivant l'intégrale du cepstre d'une fenêtre glissante sur le signal. Ces deux outils sont testés sur les signaux simulés avec et sans défauts.

Dans la dernière partie nous présentons d'abord la simulation d'un réducteur test ayant déjà fait l'objet d'essais. Cela nous permet de comparer les signaux simulés et les signaux réels afin d'apprécier la qualité du modèle numérique. Nous réalisons une étude de la sensibilité du premier indicateur en fonction des caractéristiques géométriques d'un défaut de type écaillage, pour des dentures droites et hélicoïdales. Ensuite nous discutons de la séparation des engrènements d'un réducteur complexe, et nous utilisons les procédures proposées sur des cas concrets. Enfin nous mettons en évidence les caractéristiques spectrales identiques du signal généré par un écaillage, qu'il soit simulé ou réel et nous montrons l'efficacité sur des signaux réels, de la localisation d'un écaillage par l'intégrale du cepstre glissant.

**I. CHAPITRE 1 : Modélisation d'un Train d'Engrenage et de Défauts de Dentures**

**Modélisation d'un Train  
d'Engrenage et de Défauts de  
Dentures**

## I.A. Introduction

Pour caractériser et comprendre le bruit rayonné par un réducteur, il est indispensable d'étudier le comportement dynamique des engrenages. Pour cela il faut établir un modèle mécanique.

La plupart des travaux de modélisation dynamique d'engrenages sont orientés vers des modèles masse-ressort [Grego63], [Tupli50] et [Valex88]. Les engrenages sont assimilés à des cylindres rigides liés par la raideur d'engrènement, qui représente la liaison élastique entre dentures. Il est maintenant bien défini que les sources excitatrices résultent de la variation de position des roues par rapport à une rotation parfaite (erreur de transmission) [Harri58], [Mark78], Les sources excitatrices les plus importantes sont produites principalement par la variation de la raideur d'engrènement, due à la variation de la longueur de contact au cours du temps et par les écarts géométriques [Welbo79], [Oda87].

Dans ce chapitre, la première partie concerne une introduction fonctionnelle des engrenages parallèles extérieurs, les défauts les plus fréquemment rencontrés dans ce type d'engrenage sont présentés, ainsi que leurs origines. Dans la seconde partie, les principaux paramètres intervenants dans le modèle sont mis en évidence. On présente ensuite le modèle d'engrenages cylindriques à simple étage développé par Valex et Mataar, le pignon et la roue étant assimilés à des corps rigides liés par des raideurs d'engrènement élémentaires, distribuées selon les lignes de contact théoriques. Les arbres sont modélisés en éléments finis en torsion, flexion et traction-compression. Enfin, les avaries de type écaillages sont simulées par des zones rectangulaires d'écarts de forme normaux et d'étendues variables selon le profil et la largeur de la denture. Ces défauts peuvent être localisés en tous points du flanc de la dent d'engrenage dont une partie est modélisée par un modèle masse ressort et les autres parties par éléments finis.

## I.B. Engrenages parallèles extérieurs

Les engrenages parallèles extérieurs se caractérisent par des axes de roues parallèles et par le fait que la transmission de puissance s'effectue par des dents situées à l'extérieur des roues. Ce sont certainement, à l'heure actuelle, les engrenages les plus utilisés.

### I.B.1. Points remarquables durant le processus d'engrènement

Dans le cas d'une approche bidimensionnelle, lors d'un engrènement le point de contact entre les profils en développante de cercle se déplace sur une droite tangente aux cercles de base, appelée droite d'action définie par  $T_1T_2$ , (Figure 1). Le point A matérialise le début de l'engrènement [Aubli92] : c'est le point d'intersection de la droite d'action avec le cercle de tête du pignon mené 1.

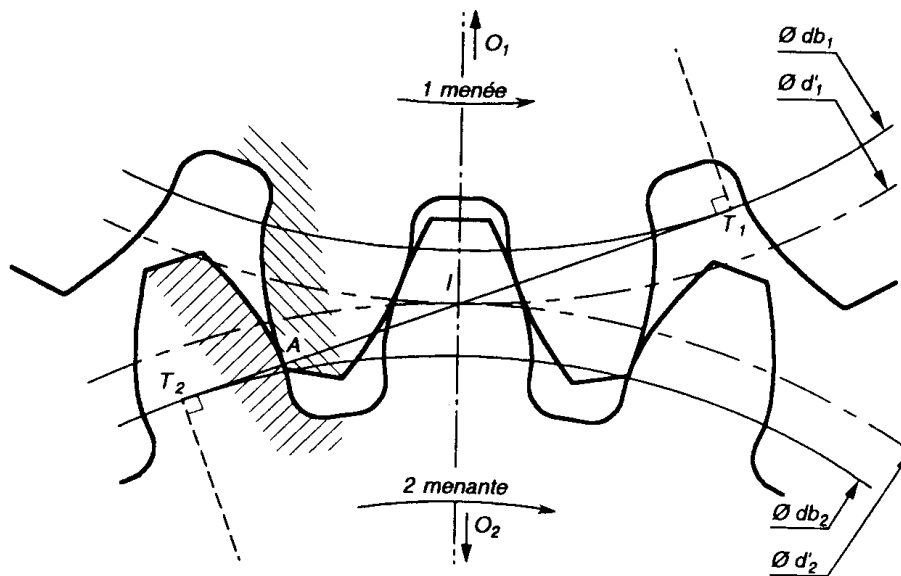


Figure 1 : début de l'engrènement

Le point V de la Figure 2 matérialise le début du contact unique, la dent précédente quittant le contact avec le pignon 1.

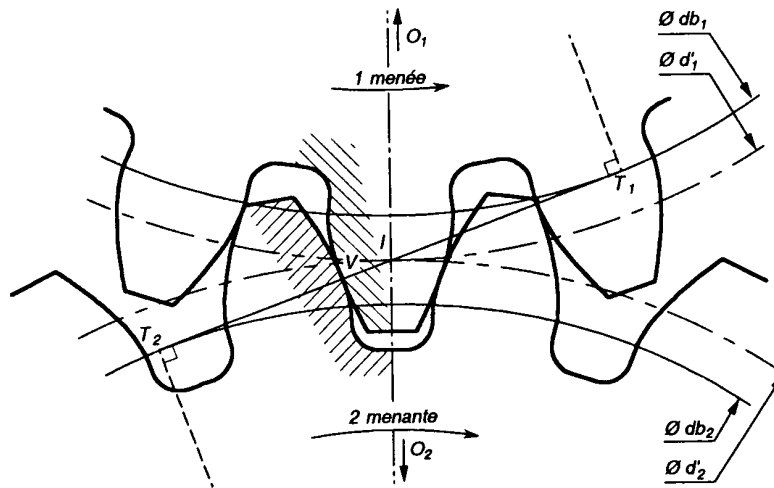


Figure 2 : début du contact unique

Le point W de la Figure 3 matérialise la fin de contact unique, la dent suivante entrant en contact avec le pignon 1.

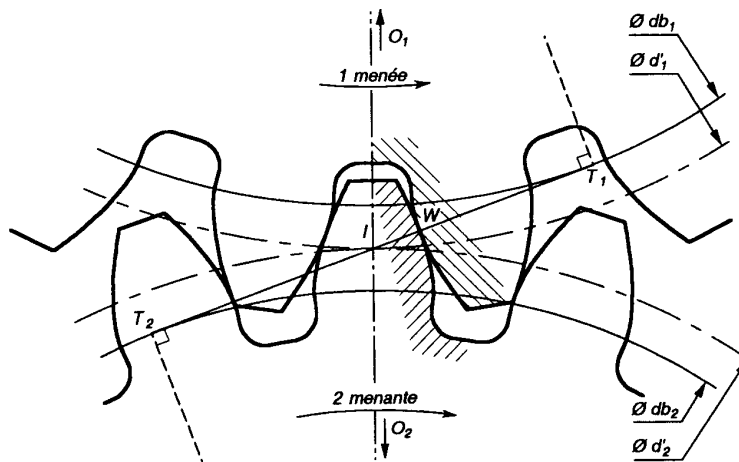


Figure 3 : fin du contact unique

Le point B de la Figure 4, matérialise la fin de l'engrènement, c'est le point d'intersection de la droite d'action avec le cercle de tête de la roue menante.

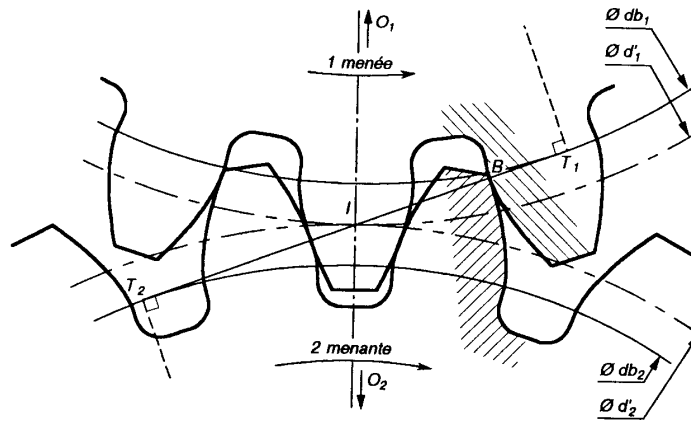


Figure 4 : fin de l'engrènement

### I.B.2. Plan d'action

Durant le processus d'engrènement, la position des points de contact entre les couples de dent en prise varie en fonction du temps. Ces points de contacts se font sur le flanc actif de la dent et sont portés par des lignes de contacts qui se déplacent sur un plan tangent aux cylindres de base, appelé plan d'action, comme le montre la Figure 5 dans le cas d'une denture hélicoïdale. A un instant donné, selon la configuration de l'engrènement, il peut y avoir plusieurs lignes de contact dans le plan d'action.

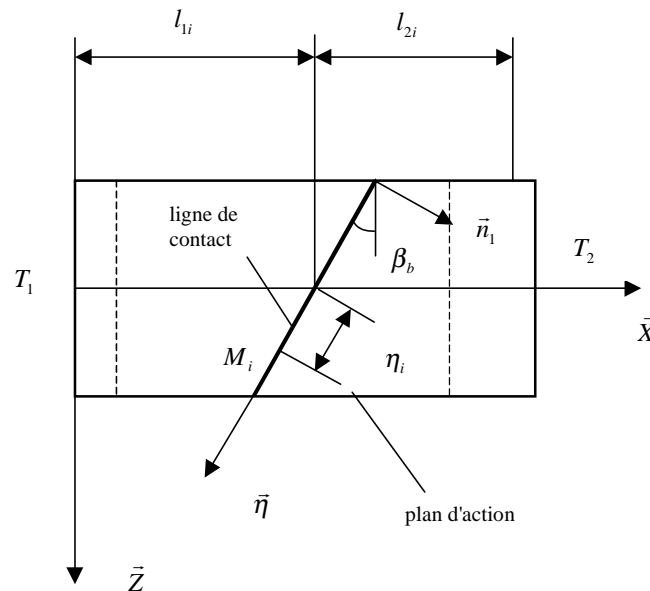


Figure 5 : Paramètres sur le plan d'action dans le cas d'une denture hélicoïdale

### I.B.3. Répartition de la force transmise durant l'engrènement

Dans le cas d'une denture droite sans correction de profil, si on suppose que le couple moteur est constant, la force transmise  $F_t$  sur la ligne de contact est elle aussi constante. La répartition de la force sur les lignes de contact durant la procédure d'engrènement est illustrée sur la Figure 6. Un couple de dents est ainsi seul à transmettre  $F_t$  entre les points V et W, tandis qu'entre les points A et V d'une part et les points W et B d'autre part, deux couples se partagent la charge. Il en résulte une déformation locale variable dans le temps pour chaque point de contact d'un couple de dents en prise et donc, une variation de la raideur d'engrènement. C'est l'une des excitations internes les plus importantes qui est à l'origine du bruit rayonné par un engrenage.

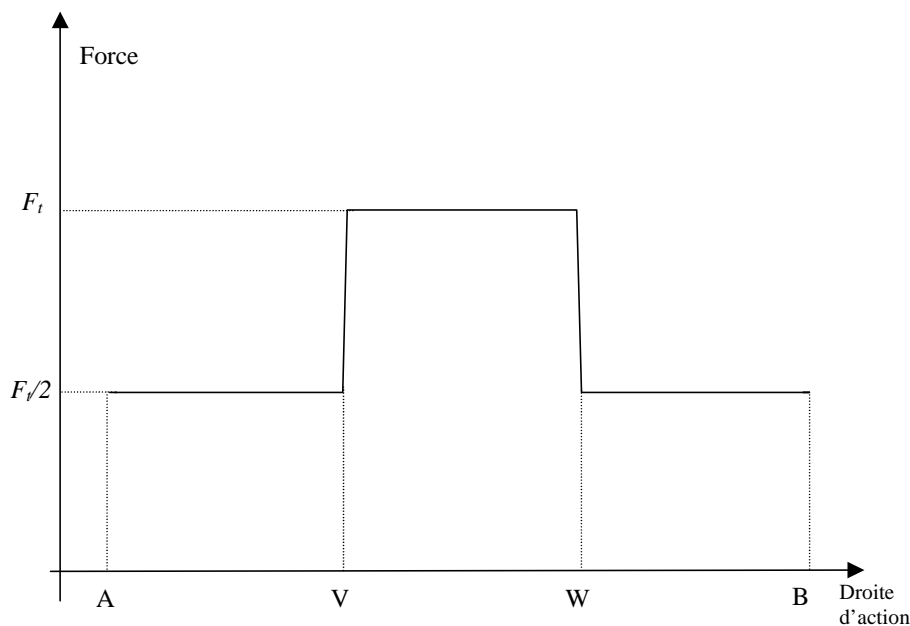


Figure 6 : distribution de la force transmise sur la ligne de contact

Ce type de diagramme d'effort ne s'applique que pour les dentures droites. De plus, dans la zone de contact entre deux paires de dents (soit lorsque l'effort sur une dent vaut  $F_t/2$ ), la répartition d'effort entre ces deux paires de dents en prise est inconnue (problème hyperstatique).

### I.B.4. Les Différents types de détérioration des dentures d'engrenages

On distingue principalement deux catégories de défauts [Aubli92], [Henri68]. les défauts affectant toutes les dents, usure, piquûres, et ceux localisés sur des dents particulières, fissuration, écaillage. Les défauts localisés sur des dents particulières conduisent rapidement à la rupture de celles-ci, contrairement aux défauts tels que l'usure normale. Cette classification permet d'orienter le choix des méthodes de détection du défaut en question dans les chapitre 3 et 4.

#### **I.B.4.a. Défauts répartis sur toutes les dents**

##### ***a) L'usure***

L'usure est un phénomène local caractérisé par un enlèvement de matière dû au glissement de deux surfaces l'une contre l'autre. Le développement de l'usure est lié à la charge et à la vitesse de glissement en chaque point des surfaces de contact, ainsi qu'à la présence plus ou moins grande d'éléments abrasifs dans le lubrifiant.

L'usure normale, progresse lentement, elle est inversement proportionnelle à la dureté superficielle de la denture.

L'usure anormale se produit lorsque le lubrifiant est souillé de particules abrasives ou lorsque le lubrifiant est corrosif. Elle conduit à un mauvais fonctionnement de l'engrenage, voire à sa mise hors service.

##### ***b) Les piqûres (Pitting)***

Il s'agit de trous peu profonds, qui affectent toutes les dents. Le pitting est une avarie qui se produit surtout sur des engrenages en acier de construction relativement peu dur. Il est moins à craindre si la viscosité du lubrifiant est élevée. L'apparition des piqûres est associée aussi à un rapport épaisseur de film lubrifiant sur rugosité composite insuffisant pour éviter des contacts entre aspérités.

#### **I.B.4.b. Défauts localisés sur certaines dents**

##### ***a) L'Écaillage***

Il se manifeste aussi sous forme de trous, mais ceux-ci sont beaucoup moins nombreux, plus profonds et plus étendus que ceux des piqûres. L'écaillage se trouve dans les engrenages cimentés, qui sont les plus répandus à l'heure actuelle car ils permettent de passer des couples importants avec des dimensions faibles.

Ce type d'engrenage ne présente pratiquement pas de phénomène d'usure, l'écaillage, qui est le principal défaut, évolue rapidement vers la rupture. La cause est connue : la pression superficielle est trop importante.

##### ***b) Le grippage***

Il est la conséquence directe de la destruction brutale du film d'huile, sous l'effet de la température résultant d'un frottement sous charge. Le grippage est favorisé essentiellement par des vitesses élevées, de gros modules, un faible nombre de dents en contact. La probabilité de grippage est influencée par l'état physico-chimique du lubrifiant et par les conditions de mise en service.

##### ***c) La fissuration***

Elle progresse à chaque mise en charge, à partir d'un point initial situé presque toujours au pied de la dent. Elle apparaît surtout sur des aciers fins, durcis par traitement thermique,



qui sont très sensibles aux concentrations de contraintes. L'apparition de ces fissures est la conséquence d'une contrainte au pied de la dent qui dépasse la limite de fatigue du matériau, et est en général située du côté de la dent sollicitée en traction.

## I.C. Modélisation d'engrenages avec défauts de forme et de montage (d'après Velex et Maatar) et de défauts de dentures

### I.C.1. Sources excitatrices

Les sources excitatrices dans un réducteur à engrenages sont principalement dues à la variation de la raideur d'engrènement (Figure 7) résultant de la variation du nombre de dents en contact à un instant donné, ainsi qu'aux erreurs géométriques intentionnelles ou non. Dans ce qui suit nous allons montrer l'influence de chaque source.

#### I.C.1.a. Raideur d'engrènement

La raideur d'engrènement résulte de la déformation des couples de dents en prise à chaque instant, et de la superposition des déformations locales, contact hertzien, déformation du film lubrifiant (généralement négligeable), et globales, déformation du corps d'engrenage.

La raideur instantanée peut être définie, en tenant compte de la variation au cours du temps de la longueur de contact. La rigidité d'un couple de dents en prise est déterminée à partir de résultats par éléments finis. Une des méthodes pour calculer la raideur d'engrènement instantanée est basée sur l'idée d'effectuer une discrétisation des lignes de contact [Velex88], [Maata95]. Cette opération consiste à partager chaque ligne de contact en des segments ayant chacun une raideur élémentaire  $k_i$ , en négligeant l'effet de couplage entre les segments voisins et en supposant une répartition uniforme (dans le cas sans défaut) de la raideur suivant la ligne de contact.

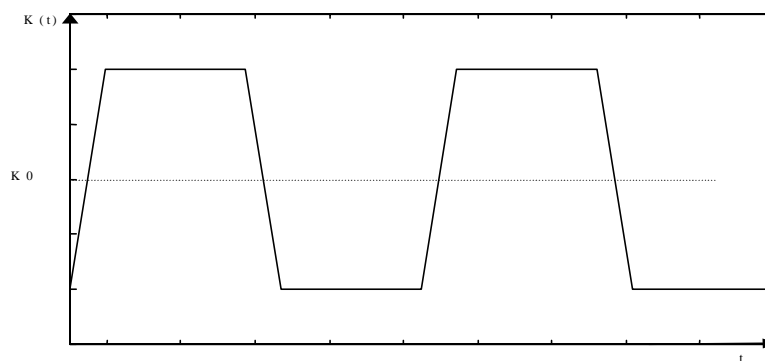


Figure 7 : exemple de raideur instantanée pour deux périodes d'engrènement.

#### I.C.1.b. Les écarts géométriques

Il est maintenant bien établi que l'excitation par la raideur d'engrènement n'est pas capable à elle seule d'expliquer le comportement vibratoire des engrenages et que les écarts géométriques représentent une source excitatrice interne non négligeable du système d'engrenages [Remme78], [Kassa92], [Umeza89] et [Velex96].

Les écart géométriques du réducteur ont pour origine :

- Soit les défauts de fabrication, couramment nommé écart de forme
- Soit l'assemblage des divers composants du réducteur, couramment nommés défauts de montage.
- Soit des avaries

#### a) Écart de forme

L'écart de forme d'une dent en un point  $M$  est défini par la mesure algébrique de la distance, suivant la normale extérieure au flanc actif en ce point, entre le point réel et le point théorique (denture parfaite). On distingue principalement cinq origines différentes d'écarts de forme intentionnels ou non [Henri61] :

- l'erreur de profil
- la correction de profil
- l'erreur de distorsion
- la correction longitudinale
- l'erreur de division

##### a1) Erreur de profil

L'erreur de profil est la distance entre le profil réel et le profil idéal Figure 8. Cette distance  $e_p$  est mesurée selon la normale extérieure du profil théorique en développante de cercle. Les erreurs de profils sont principalement dues au processus d'usinage.

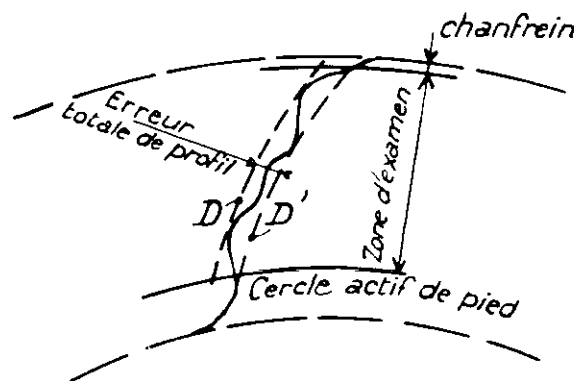


Figure 8 : définition de l'erreur totale de profil

##### a2) Correction de profil :

Dans certains cas, pour compenser les déflexions des dentures et pour réduire le comportement vibratoire des engrenages, on procède à des dépouilles sur les dentures, en enlevant de la matière au sommet et au pied de la dent. Il s'agit d'une modification volontaire du profil, nommé correction de profil. Cette correction de profil introduit un écart de forme normal  $e_{cp}$ .

**a3) Erreur de distorsion :**

Il y a distorsion [Henri61] d'un flanc lorsque celui-ci n'est pas parallèle à l'axe de rotation, dans le cas d'une denture droite, ou lorsqu'il présente une erreur dans son inclinaison dans le cas d'une denture hélicoïdale (Figure 9). Cette distorsion introduit un écart de forme normal  $e_a$ .

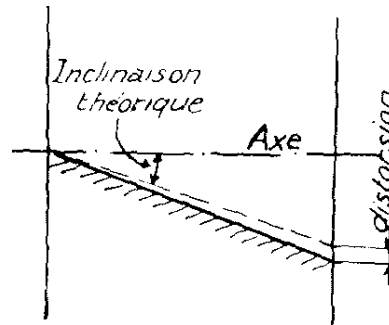


Figure 9 : Erreur de distorsion dans le cas d'une denture hélicoïdale

**a4) Correction longitudinale :**

Pour assurer une meilleure répartition axiale de la charge, il est possible de réaliser un bombé et une modification linéaire selon la largeur de la dent dans le sens de l'hélice. Cette modification volontaire du flanc de la dent est nommée correction longitudinale ; elle introduit un écart de forme normal  $e_{ca}$ .

**a5) Erreur de division :**

a5-1) Erreur individuelle de pas circulaire :

Elle est définie comme la différence algébrique entre la valeur mesurée du pas circulaire considéré et sa valeur théorique (Figure 10).

a5-2) Erreur cumulée sur k pas :

L'erreur cumulée représente la somme algébrique des erreurs individuelles des k pas compris dans le secteur considéré (Figure 10), elle introduit un écart normal  $e_d$ .

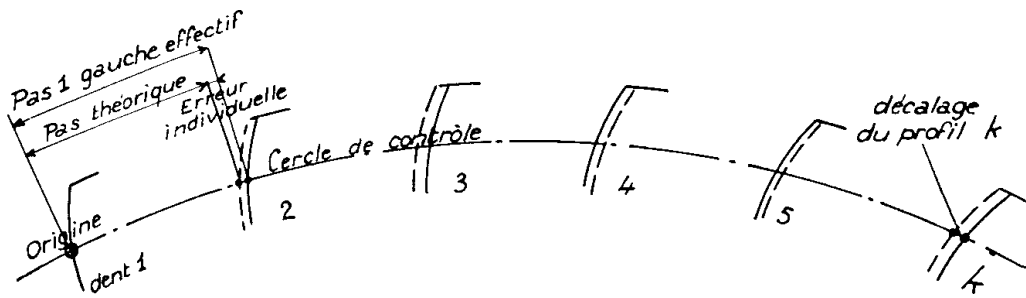


Figure 10 : erreur de division

#### a6) Détermination de l'écart de forme total :

Pour déterminer les écarts de forme, le flanc actif (Figure 11) de chaque dent est partagé en petites surfaces élémentaires, ainsi pour chaque surface élémentaire de la dent on associe un écart normal entre le flanc théorique et le flanc mesuré.

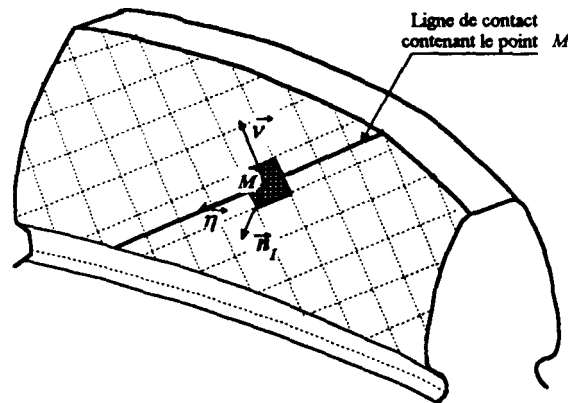


Figure 11 : modélisation par surfaces élémentaires du flanc actif de la dent.

Pour un point commun aux deux profils conjugués, l'écart normal associé au point  $M_i$  sur la ligne de contact de coordonnée  $(\eta, t)$  de la dent du pignon est noté  $e_p(M_i)$ . Pour la dent conjuguée de la roue, l'écart normal est  $e_r(M_i)$ . L'écart normal de forme total au point  $M_i$  est la somme algébrique de  $e_p(M_i)$  et  $e_r(M_i)$  :

$$e_f(M_i) = e_p(M_i) + e_r(M_i) \quad (1)$$

Les écarts normaux individuels  $e_p(M_i)$  et  $e_r(M_i)$  sont égaux à la somme algébrique des écarts de forme.

#### b) Erreur de montage

Les défauts de montage représentent l'écart de position relative des deux engrenages rigides par rapport à un positionnement idéal [Henri61]. Ils regroupent les défauts d'alignement caractérisés par le non parallélisme des axes supportant les engrenages et les défauts d'excentricités représentant la différence entre l'axe de rotation et l'axe d'inertie

polaire de l'engrenage. Les défauts de montage introduisent un écart normal aux profils qui se superpose aux écarts de formes normaux.

### ***b1) Défaut d'alignement ou de parallélisme :***

Considérons le cas d'un train d'engrenage simple (Figure 12) ayant comme axes de rotation  $U_1$  et  $U_2$ . Les défauts d'alignement englobent les erreurs d'inclinaison et de déviation. L'erreur d'inclinaison est l'angle entre l'axe réel de l'arbre obtenu par une rotation autour d'un axe perpendiculaire au plan, défini par les axes de rotation de référence des deux engrenages, et son axe théorique (Figure 13a). L'erreur de déviation est définie par l'angle entre l'axe réel de l'arbre et son axe théorique (Figure 13b). Elle résulte d'une rotation autour d'un axe perpendiculaire aux deux axes de rotation de référence des engrenages.

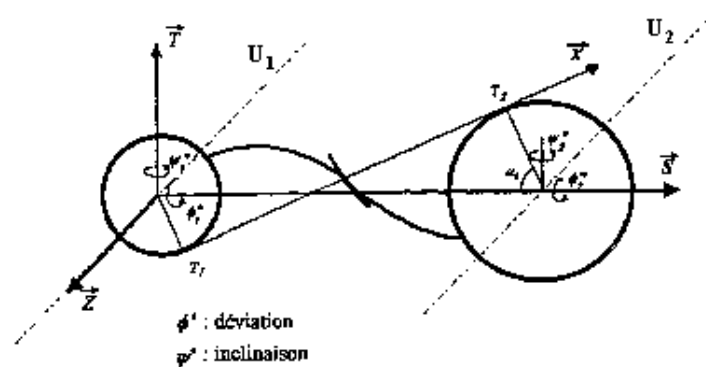


Figure 12 : axes de rotation d'un train simple

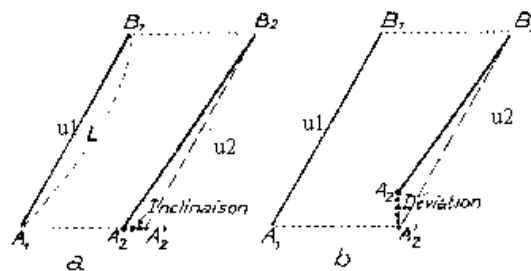


Figure 13 : erreur de parallélisme des axes

Les erreurs de parallélisme sont dues généralement à l'assemblage nécessairement imparfait des roues, des arbres et des paliers, aux différents jeux de fonctionnement et aux dilatations thermiques.

Projection des désalignements de faible amplitude sur la normale du point  $M_i$  de la ligne de contact :

On considère l'écart normal total qui est égal à la somme algébrique de l'écart normal dû à un désalignement du pignon et de l'écart normal dû à un désalignement de la roue soit :

$$e_m(M) = e_{pm}(M_i) + e_{rm}(M_i) \quad (2)$$

En considérant des désalignements infinitésimaux  $\phi^*$  et  $\psi^*$  des axes  $\vec{S}$  et  $\vec{T}$  respectivement figure 5 et 11, l'écart normal total en un point  $M_i$  est donné par [Mataa95] :

$$e_m(M_i) = \begin{bmatrix} -\sin(\beta_b)[R_{b1} \sin(\alpha_t) - I_{1i} \cos(\alpha_t)] - \eta_i \cos(\alpha_t) \\ -\sin(\beta_b)[R_{b1} \cos(\alpha_t) + I_{1i} \sin(\alpha_t)] + \eta_i \sin(\alpha_t) \\ -\sin(\beta_b)[R_{b2} \sin(\alpha_t) - I_{2i} \cos(\alpha_t)] + \eta_i \cos(\alpha_t) \\ -\sin(\beta_b)[R_{b2} \cos(\alpha_t) + I_{2i} \sin(\alpha_t)] - \eta_i \sin(\alpha_t) \end{bmatrix}^t \begin{bmatrix} \phi_1^* \\ \psi_1^* \\ \phi_2^* \\ \psi_2^* \end{bmatrix} \quad (3)$$

avec :

- $\alpha_t$  : angle de pression apparent de fonctionnement
- $\beta_b$  : angle d'hélice de base.
- $i$  : indice lié au point  $M_i$ .
- $\eta_i$  : abscisse du point  $M_i$  sur la ligne de contact.
- $l_{1i}$  : distance entre le centre de la ligne de contact contenant  $M$  et le point  $T_1$ .
- $l_{2i}$  : distance entre le centre de la ligne de contact contenant  $M$  et le point  $T_2$ .
- $R_{bj}$  : rayon de base de l'engrenage  $n^o j$ .

### b2) Erreur d'excentricité :

L'excentricité d'une roue dans le cas d'un modèle bidimensionnel est théoriquement l'écart entre l'axe géométrique de cette roue et son axe de rotation (Figure 14) :

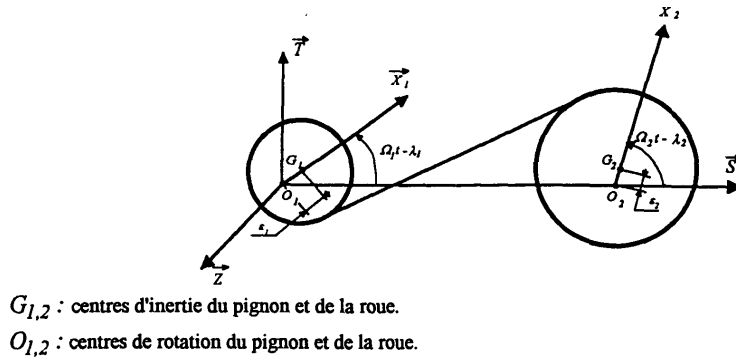


Figure 14 : excentricité d'un couple d'engrenage

### Projection des défauts d'excentricité sur la normale au point $M_i$ de la ligne de contact :

Une roue excentrée est caractérisée par le paramètre  $\varepsilon_j$  qui représente la distance entre l'axe de rotation et l'axe d'inertie de cette roue et par une phase  $\lambda_j$  par rapport à un axe fixe, afin de préciser la configuration initiale. L'écart normal au point  $M_i$  s'exprime par [Mataa95] :

$$e_x(M_i) = \begin{bmatrix} \cos(\beta_b) \sin(\Omega_1 t + \alpha_i - \lambda_1) \\ -\cos(\beta_b) \sin(\Omega_2 t + \alpha_i - \lambda_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \end{bmatrix} \quad (4)$$

Il est important de noter que cet écart ne dépend pas de la position du point  $M_i$  sur la ligne de contact.

#### Écart total :

L'écart total est constitué par la contribution des différents écarts normaux résultants des écarts de forme et de montage. L'écart total en un point de contact potentiel  $M_i$  s'écrit :

$$e(M_i) = e_d(M_i) + e_p(M_i) + e_a(M_i) + e_{cp}(M_i) + e_{ca}(M_i) + e_m(M_i) + e_x(M_i) \quad (5)$$

#### Écart relatif :

L'écart relatif associé à un point  $M_i$  sur la ligne de contact est défini comme la différence entre l'écart normal total en ce point  $e(M_i)$  et l'écart normal maximum  $e(M^*)$  présent sur la ligne de contact à un instant donné. Il est noté :

$$\delta_e(M_i) = e(M_i) - e(M^*) \quad (6)$$

### **I.C.2. Présentation du modèle d'engrenages**

Considérons le modèle d'engrenages simple étage [Maata95], [velex95] présenté sur la Figure 15a. Le pignon et la roue sont assimilés à deux cylindres rigides avec six degrés de liberté chacun, liés par des rigidités concentrées distribuées selon les lignes de contact sur le plan d'action. A chaque point de contact potentiel  $M_i$  est associé une raideur élémentaire  $k_i$  (Figure 15b et Figure 15c) et un écart normal équivalent  $e(M_i)$  regroupant les contributions du pignon et de la roue.

#### **I.C.2.a. Écrasement au point $M_i$**

Les déplacements infinitésimaux du pignon et de la roue par rapport à l'état de référence sont décrits par six paramètres : trois translations et trois rotations (Figure 15a). Ces paramètres décrivent ainsi pour le solide  $j$  les variations de torsion  $\theta_j$ , les déplacements de flexions  $v_j, w_j, \phi_j$  et  $\psi_j$ , les déplacements de traction-compression  $u_j$ .



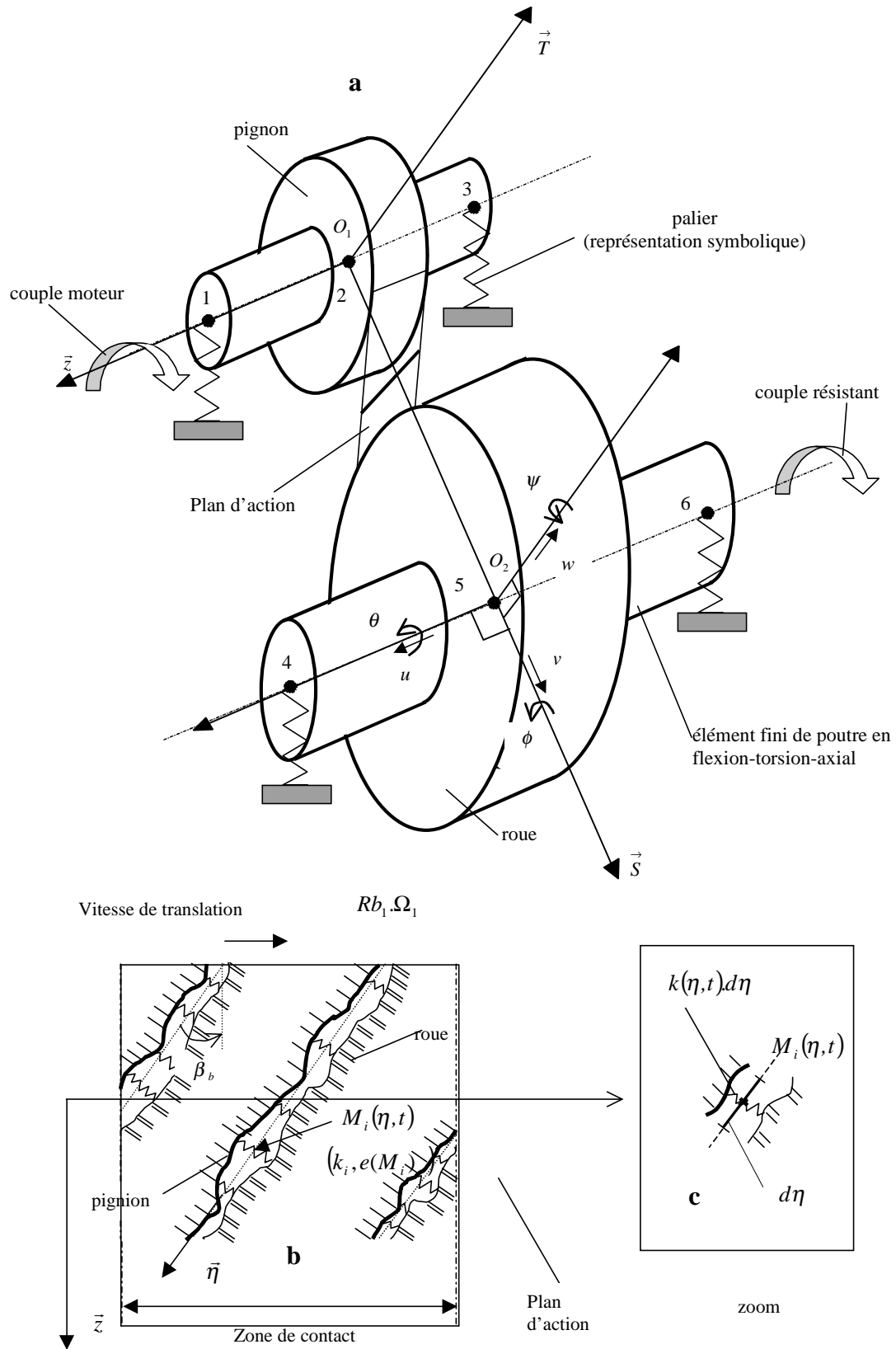


Figure 15 : Modèle du comportement dynamique d'engrenages

L'effet combiné de ces déplacements va introduire pour chaque point  $M_i$  sur la ligne de contact un écart normal  $\delta(M_i)$  par rapport aux positions des corps rigides. Pour passer des déplacements infinitésimaux de la roue et du pignon à  $\delta(M_i)$ , il faut déterminer la fonction de transfert géométrique. On a alors l'expression suivante :

$$\delta(M_i) = \{V(M_i)\} \{X\} \quad (7)$$

avec :

$\{V(M_i)\}$  : fonction de transfert géométrique ou vecteur de structure dépendant de la géométrie de l'engrenage et de la position du point  $M_i$  sur la ligne de contact.

$\{X\}$  : vecteur d'état formé par les déplacements généralisés attribués aux engrenages.

$$\{X\} = \langle u_1, v_1, w_1, \phi_1, \psi_1, \theta_1, u_2, v_2, w_2, \phi_2, \psi_2, \theta_2 \rangle^t \quad (8)$$

D'après la géométrie des engrenages (Figure 15), tous calculs fait [Mataa95], le vecteur structure (ou de changement de coordonnées) s'exprime par :

$$V(M_i) = \begin{bmatrix} \sin(\beta_b) \\ \cos(\beta_b) \cdot \sin(\alpha_t) \\ -\sin(\beta_b) \{R_{b1} \sin(\alpha_t) - l_1(M_i) \cos(\alpha_t)\} - \eta(M_i) \cos(\alpha_t) \\ -\sin(\beta_b) \{R_{b1} \cos(\alpha_t) + l_1(M_i) \sin(\alpha_t)\} + \eta(M_i) \sin(\alpha_t) \\ R_{b1} \cos(\beta_b) \\ -\sin(\beta_b) \\ -\cos(\beta_b) \cdot \sin(\alpha_t) \\ -\sin(\beta_b) \{R_{b2} \sin(\alpha_t) - l_2(M_i) \cos(\alpha_t)\} + \eta(M_i) \cos(\alpha_t) \\ -\sin(\beta_b) \{R_{b2} \cos(\alpha_t) + l_2(M_i) \sin(\alpha_t)\} - \eta(M_i) \sin(\alpha_t) \\ R_{b2} \cos(\beta_b) \end{bmatrix} \quad (9)$$

L'écrasement au point  $M_i$  dépend à la fois du rapprochement  $\delta(M_i)$  et de l'écart relatif  $\delta_e(M_i)$  défini précédemment :

$$\Delta(M_i) = \delta(M_i) + \delta_e(M_i) \quad (10)$$

#### Condition de contact :

Le contact est assuré en un point  $M_i$  sur un couple de dents en prise si, à un instant donné, le rapprochement  $\delta(M_i)$  est supérieur à l'écart normal relatif  $\delta_e(M_i)$ . La condition de contact associé peut s'écrire :

$$k_i = 0, \text{ si } \Delta(M_i) \leq 0 \quad (11)$$

$k_i$  : raideur d'engrènement élémentaire.

La raideur d'engrènement  $\sum_i k_i$  (Figure 15b) est donc dépendante du temps afin de simuler les évolutions de longueur de contact en cours de mouvement et éventuellement non linéaire compte tenu de la condition (11).

### I.C.2.b. Erreur de transmission dynamique

L'erreur de transmission dynamique sous charge est définie dans le plan d'action perpendiculaire à l'axe de rotation, en fonction de l'écrasement et des écarts géométriques normaux par :

$$ErrT = \frac{Max\{\delta(M_s) - e(M^*)\}}{\cos(\beta_b)} \quad (12)$$

$M_s$  désigne l'ensemble des points liés à la section, sur la largeur de la roue et  $S$  le lieu de mesure (ligne de contact).

Cette grandeur caractérise les variations angulaires du pignon et de la roue par rapport à une position angulaire parfaite qui serait celle d'un engrenage idéal [Harri58], [Mark78]. Elle dépend à la fois de la déformation de la dent sous charge et de la position du point de contact sur la ligne de contact. C'est un des paramètres les plus fréquemment utilisés pour caractériser les vibrations émises par un engrenage [Randa95a], [Sabot90] et [Sabot94].

Si les engrenages ne sont pas chargés  $errT$  correspond à l'erreur de transmission sans charge ou erreur cinématique de transmission :

$$ErrC(t) = \frac{-e(M^*)}{\cos(\beta_b)} \quad (13)$$

### I.C.2.c. Équation de mouvement

Les équations de mouvement sont obtenues à partir des équations de Lagrange. Ces équations décrivent le comportement dynamique du train d'engrenage de la Figure 15a, elles s'écrivent [Mataa95], [Velex95] :

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + [K_a]\{x\} + [K(t, \{x\})]\{x\} = \{F_0\} + \{F_1(t)\} + \{F_2(t, \{x\})\} \quad (14)$$

Tous calculs fait, les forces dues aux effets inertiels sont [Mataa95] :

$$\{F_1(t)\} = \langle 0, -m_1 \dot{C}_{s1}, -m_1 \dot{C}_{t1}, 0, 0, 0, 0, -m_2 \dot{C}_{s2}, -m_2 \dot{C}_{t2}, 0, 0, I_{p2} \dot{\Omega}_2 \rangle \quad (15)$$

de même, les forces dues aux écarts géométriques sont égales à :

$$\{F_2(t, \{x\})\} = \int_{L(t)} k(\eta, t) \cdot H(\Delta(\eta, t)) \cdot \delta_e(\eta, t) \cdot \{V(\eta, t)\} \cdot d\eta \quad (16)$$

$H(\Delta(\eta, t))$  : fonction d'Heaviside, dont la valeur est égale à 1 lorsque les conditions de contact sont satisfaites (voir expression (11)) et 0 dans le cas contraire.

la matrice de raideur d'engrènement périodique est exprimée par :

$$[K(t, \{x\})] = \int_{L(t)} k(\eta, t) \cdot H(\Delta(\eta, t)) \cdot \{V(\eta, t)\} \cdot \{V(\eta, t)\}^T \cdot d\eta \quad (17)$$

les forces extérieures au système sont :

$$\{F_0\} = \langle 0, 0, 0, 0, C_m, 0, 0, 0, 0, C_r \rangle \quad (18)$$

avec :

$C_m$  : couple moteur d'entrée

$C_r$  : couple résistant de sortie.

$\dot{\Omega}_2$  : accélération angulaire de la roue pour les conditions de corps rigides

$m_1, m_2$  : masses du pignon, de la roue

$I_{p2}$  : moment d'inertie polaire de la roue

$C_{sj} = -\varepsilon_j \Omega_j \sin(\Omega_j t - \lambda_j)$ ,  $C_{tj} = \varepsilon_j \Omega_j \cos(\Omega_j t - \lambda_j)$  avec  $\varepsilon_j$  : excentricité du solide n° j.

$[M]$  matrice masse totale constante.

$[C]$  matrice amortissement visqueux équivalent constante.

$[K_a]$  matrice de raideur constante, regroupant les raideurs d'arbre, de palier et d'accouplement.

$[K(t, X)]$  matrice de raideur d'engrènement, dépendante du temps et des coordonnées généralisées du système.

$\{F_0\}$  forces d'excitation dépendant du temps.

$\{F_1\}$  forces d'excitation dues à l'effet de la cinématique.

$\{F_2\}$  forces d'excitation dues à l'effet des écarts géométriques.

$\{X\}$  vecteur des variables d'état constitué par les coordonnées généralisées du système.

L'analyse du système différentiel matriciel (14) permet de tirer les constatations suivantes :

- La matrice raideur dépend du temps d'une manière périodique et des coordonnées généralisées du système. Par conséquent, le système (14) est à coefficients périodiques et non linéaires.
- En plus de l'excitation interne causée par la variation temporelle de la raideur d'engrènement, on constate l'existence, dans le second membre, de deux excitations supplémentaires  $\{F_1\}$  et  $\{F_2\}$  qui proviennent de la présence d'écarts géométriques.

La forme de la relation qui décrit la dépendance de la raideur d'engrènement, des variables d'état et des écarts géométriques reste inconnue. Il n'existe donc pas d'expression analytique pour décrire les équations de mouvement. Le système différentiel (14) est résolu en

couplant un algorithme de contact normal unilatéral et un schéma d'intégration numérique pas à pas [Velex88].

### I.C.3. Modélisation d'une avarie

En première approximation, une avarie de type écaillage est représentée par un enlèvement de matière de forme parallélépipédique centré au point C dont les coordonnées sur le plan de base sont  $(x_0, z_0)$  [Cahou99]. La profondeur du défaut  $P_k$  est supposée constante, il s'étend sur une fraction  $D_k$  de la largeur de contact et sur la longueur  $L$  adimensionnée par rapport à la longueur d'action  $T_1'T_2'$  (les paramètres significatifs sont rappelés sur la Figure 16). Les écarts normaux  $e_k(\eta_k, t)$  représentatifs d'un écaillage demeurent égaux à  $P_k$  tant que  $M_i$  demeure à l'intérieur de la zone d'avarie (grisée sur la Figure 16) et s'annulent à l'extérieur.

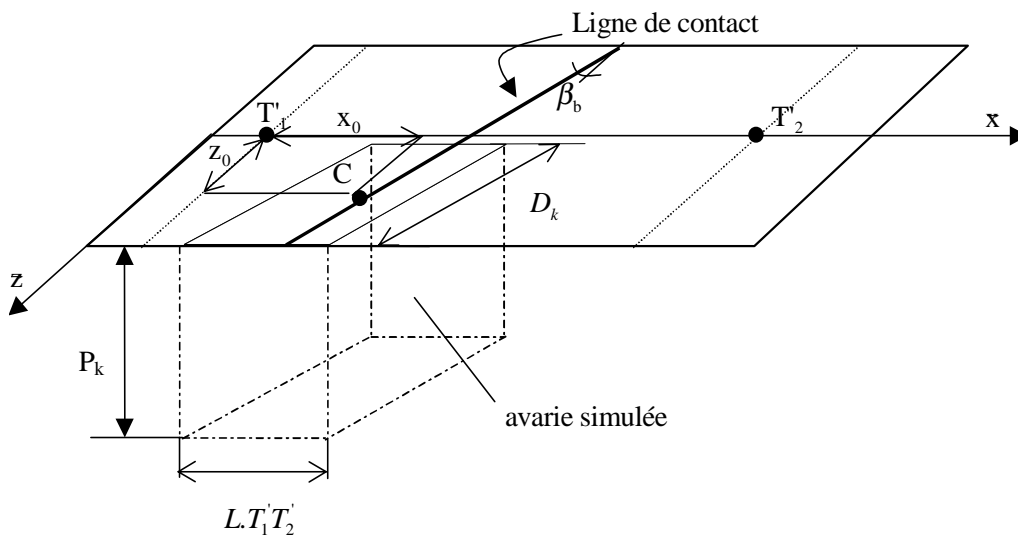


Figure 16 : Modélisation de l'avarie

Dans l'hypothèse où l'erreur de transmission sans charge n'est pas modifiée par des défauts de petites dimensions par rapport au profil, l'influence de  $k$  défauts de denture localisés peut s'exprimer de la manière suivante :

$$\delta_e(M_i) = \delta_e^{(0)}(M_i) + \sum_k e_k(M_i) \quad (19)$$

où  $^{(0)}$  correspond à un écart relatif ne comportant pas l'influence des défauts, chaque défaut localisé est modélisé par un écart normal localisé sur le plan d'action. La distribution de l'écart  $e_k(\eta, t)$  dépend à la fois des coordonnées  $\eta$  sur la ligne de contact et du temps. Après séparation des variables indépendantes spatiale et temporelle, nous obtenons :

$$e_k(\eta, t) = P_k(\eta) \cdot F_k(t) \quad (20)$$

$F_k(t)$  représente la morphologie du défaut dans la direction de profil de la dent, c'est une fonction « porte » dont l'amplitude est comprise entre 0 et 1, selon qu'elle soit respectivement à l'extérieur ou l'intérieur du défaut.  $P_k(\eta)$  est la profondeur du défaut aux coordonnées  $\eta$  (Figure 16).

Pour des défauts de petite dimension, la variation de la raideur d'engrènement le long de la ligne de contact peut être négligée, c'est à dire,  $k(\eta, t) \cong k_k(t)$ , l'expression (16) devient :

$$\{F_2(t, \{x\})\} = \{F_2(t, \{x\})\}^{(0)} + \sum_k k_k(t) \cdot F_k(t) \cdot \int_{D_k(t)} H(\Delta(\eta, t)) \cdot P_k(\eta) \cdot \{V(\eta, t)\} \cdot d\eta \quad (21)$$

En supposant de plus que les défauts ont une influence négligeable sur les conditions de contact à l'extérieur de la zone défectueuse, on peut trouver une expression analytique [Elbad99] quand  $H(\Delta(\eta, t)) = 1$  pour tous les points à l'intérieur de la zone défectueuse. Cette condition est essentiellement vraie pour un engrenage fortement chargé et/ou pour des défauts de profondeurs faibles par rapport aux déformations de denture et aux écarts géométriques. Les forces d'excitation interne dans l'expression (14) (raideur d'engrènement dépendant du temps) reste inchangées vis à vis des conditions sans défaut et on a donc le vecteur d'excitation additif qui devient :

$$\{F_2(t, \{x\})\} = \{F_2(t, \{x\})\}^{(0)} + \sum_k k_k(t) \cdot F_k(t) \cdot D_k(t) \cdot \bar{P}_k \cdot \{V(\eta_k, t)\} \quad (22)$$

où  $\bar{P}_k = \frac{1}{D_k(t)} \cdot \int_0^{D_k(t)} P_k(\eta) \cdot d\eta$  est la profondeur moyenne de défaut.  $\eta_k$  est l'abscisse d'un point

sur la largeur du défaut à l'instant  $t$ , pour un défaut de petite dimension, il donne une indication sur la position axiale du défaut.

A l'opposé, une perte de contact à l'intérieur de la zone défectueuse correspond à un défaut de denture plus profond, qui modifiera donc les forces excitatrices dues aux variations de la raideur d'engrènement.

Des résultats qualitatifs peuvent être déduits de l'approche analytique précédente en ce qui concerne le comportement dynamique d'un engrenage vis à vis de défauts localisés. Les défauts de faible profondeur et de profondeur importante (par rapport aux déformations statiques) contribuent de manière différente dans l'équation de mouvement. Ainsi les défauts localisés de faible profondeur vont générer des forces excitatrices externes tandis que les défauts de profondeur plus importante, vont moduler la raideur d'engrènement, donc modifier les forces excitatrices internes. Comme en témoigne l'expression (22) pour les défauts de faible profondeur, les forces d'excitation additionnelles sont approximativement proportionnelles au volume de matière enlevée. L'influence de la position du défaut sur la hauteur de la dent est entièrement déterminée par la phase et le contenu spectral de  $F_k(t)$ .

## I.D. Conclusion

La modélisation des engrenages parallèles a permis une première approche du comportement dynamique et donc vibratoire des réducteurs à engrenages. Le signal d'engrènement est une vibration qui correspond à la déviation de la position des roues par rapport à un mouvement de rotation parfait qui serait celui d'un engrenage idéal. Cette déviation est appelée erreur de transmission, et ses composantes sont d'une part la déformation élastique des dents sous charge, d'autre part, les déviations de profil de la dent par rapport au profil idéal. La déformation élastique des dents a deux causes : la variation périodique du nombre de dents en contact et la variation de la position du point de contact sur la ligne de contact. Ces deux phénomènes résultent d'une variation périodique de la raideur d'engrènement. Quand aux erreurs de profil, elles peuvent être intentionnelles ou non.

La modélisation d'une avarie de type écaillage sous forme de retrait de matière de forme parallélépipédique, a permis de voir l'influence des dimensions du défaut sur le comportement dynamique. Les défauts de petite dimension (par rapport aux déformations statiques) ont pour effet de générer des forces excitatrices externes (apparaissant au second membre de l'équation différentielle) proportionnelles au volume de matière enlevée. Par contre, les défauts de dimension plus importants ont pour effet de moduler la raideur d'engrènement, donc les forces excitatrices internes [Cahou99].

Le modèle numérique développé par Vexx et Maatar, Cahouet et al., sera utilisé par la suite afin d'alimenter une base de signaux simulés qui nous permettra de tester différentes méthodes de détection et de conduire des études paramétriques.

## **II. CHAPITRE 2 : État de l'Art Concernant les Méthodes de Diagnostic des Réducteurs à Engrenages**

# **État de l'Art Concernant les Méthodes de Diagnostic des Réducteurs à Engrenages**



## II.A. Introduction

Les matériels et logiciels actuels permettent de mettre en œuvre rapidement et facilement les méthodes mathématiques les plus sophistiquées dans le domaine du traitement du signal.

Un bon choix et une bonne utilisation des méthodes de traitement en analyse vibratoire nécessitent des connaissances a priori sur les signaux à traiter. Dans le cas des machines tournantes, ces signaux peuvent être soit de type déterministe, lorsqu'ils sont liés à la cinématique des machines leurs périodicités résultent de la régularité de la vitesse de rotation ; soit de type aléatoire, provenant des phénomènes aléatoires liés au fonctionnement propre de ces machines, et également du bruit de mesure.

Dans ce chapitre on présente un état des lieux des méthodes d'analyse vibratoire les plus fréquemment utilisées dans le cas de signaux des machines tournantes et plus particulièrement, ceux utilisées pour les signaux d'engrenages.

Toutes les méthodes de traitements disponibles pour le diagnostic des machines tournantes peuvent être classées dans cinq groupes différents : l'analyse spectrale, l'analyse cepstrale, l'analyse temporelle, l'analyse temps-fréquence ou temps-échelle et l'analyse de la cyclostationnarité. La première partie de ce chapitre concerne l'analyse spectrale, qui est certainement la méthode la plus naturelle en analyse vibratoire, puisqu'il est souvent possible d'établir un lien direct entre les événements mécaniques et leur contenu spectral. Cependant, en pratique la richesse du spectre en harmonique fait que la lisibilité reste difficile. La seconde partie concerne l'analyse cepstrale qui représente un bon complément de l'analyse spectrale pour les basses fréquences. Dans la troisième partie nous examinons les méthodes temps-fréquence et temps-échelle bien adaptées au cas des signaux non-stationnaires. En quatrième partie, on présente les méthodes d'analyse temporelle, ces méthodes sont souvent simples à mettre en œuvre et donnent des résultats intéressants. Enfin, on termine ce chapitre par l'approche la plus récente en analyse vibratoire : l'analyse de la cyclostationnarité.

## II.B. Analyse Spectrale

L'analyse spectrale est un outil naturel pour le traitement des signaux en mécanique. En règle générale, le signal de vibration prélevé sur une machine tournante est une composition de réponse à toute force d'excitation. L'intérêt de l'analyse spectrale est de pouvoir dissocier et identifier les sources vibratoires en fonction des caractéristiques cinématiques des différents éléments constitutifs et de leur vitesse de rotation (ou de leur fréquence de mouvement).

### II.B.1. Signal vibratoire d'un train simple d'engrenage

Nous avons vu dans le chapitre précédent, que les vibrations issues d'un réducteur simple étage, étaient principalement dues à la déviation de la position des roues par rapport à un mouvement de rotation parfait.

Un certain nombre de modèles de signaux d'engrèvements ont été présentés dans la littérature [Randa82], [McFad86] et [Capd92a]. Ces modèles traduisent plus ou moins bien la réalité des signaux mesurés. On peut résumer ainsi l'allure du signal : la vibration, appelée signal d'engrènement, est périodique et sa fréquence (fréquence d'engrènement) est égale à la fréquence de rotation de l'une des deux roues multipliée par le nombre de dents de cette roue ; De plus ce signal d'engrènement est modulé en amplitude et en fréquence à la fois par un signal périodique de période égale à la période de rotation du pignon, et un signal périodique de période égale à la période de rotation de la roue. En général la modulation de fréquence est beaucoup moins importante que la modulation d'amplitude.

En négligeant les modulations de fréquence, on peut utiliser le modèle établi par C. Capdessus [Capd92b] :

$$s_e(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} s_c(t - n\tau_e) \cdot (1 + \sum_{m=-\infty}^{+\infty} s_{p_1}(t - m\tau_{p_1}) + \sum_{p=-\infty}^{+\infty} s_{r_1}(t - p\tau_{r_1})) \quad (23)$$

avec

$\tau_e$ : période d'engrènement $\tau_{p_1} = N_1\tau_e$ : période de rotation du pignon et $N_1$ est le nombre de dents du pignon $\tau_{r_1} = N_2\tau_e$ : période de rotation de la roue et $N_2$ est le nombre de dents de la roue $s_c(t)$ : signal d'engrènement $s_{p_1}(t)$ : signal périodique de période $\tau_{p_1}$ induit par la rotation du pignon $s_{r_1}(t)$ : signal périodique de période $\tau_{r_1}$ induit par la rotation de la roue	
--	--

### II.B.2. Spectre du signal

La caractéristique la plus marquante du signal, est la modulation d'amplitude due à la rotation des roues.

Le spectre sera composé par une famille de raies de fréquence  $kv_e = \frac{k}{\tau_e}$  due au fondamental et aux harmoniques du signal d'engrènement (Figure 17). Cette famille de raies est étalée sur une grande partie du spectre, car la nature du signal d'engrènement est de type large bande. De plus, la modulation d'amplitude se traduit par la présence de bandes latérales

autour des harmoniques d'engrènement, à des distances multiples de  $\frac{1}{\tau_{p_1}}$  pour la modulation due au pignon, et  $\frac{1}{\tau_{r_1}}$  pour la modulation due à la roue (Figure 17).

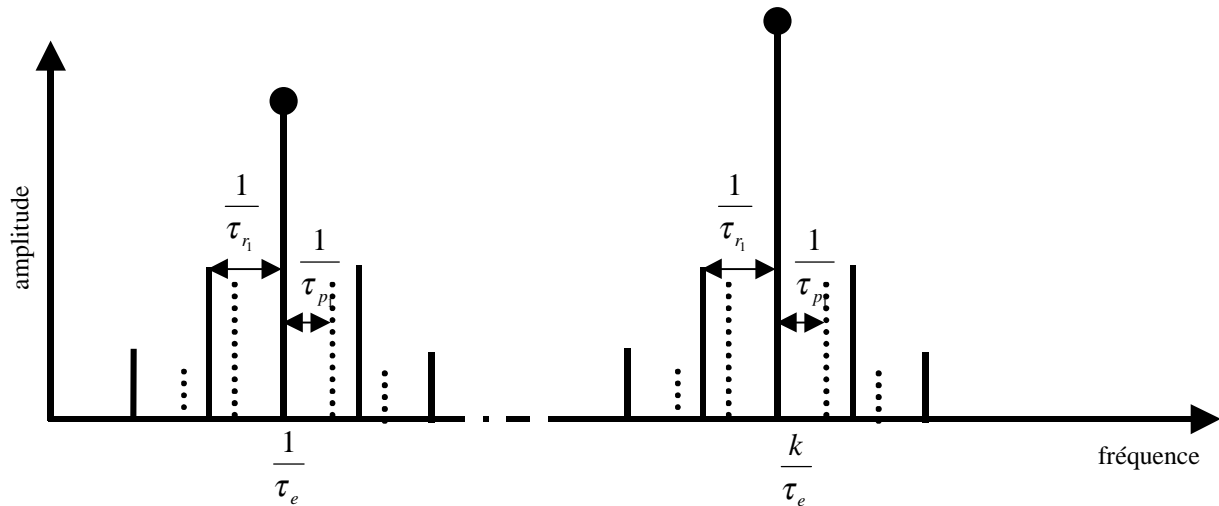


Figure 17: Spectre du signal vibratoire d'un engrenage

En réalité, l'amplitude de toutes les raies est pondérée par la réponse impulsionnelle de la structure mécanique reliant la source excitatrice au capteur.

### II.B.3. Manifestation d'un défaut de denture localisé

Considérons un engrenage, si la denture est correcte, le spectre vibratoire aura la même allure que celui défini sur la Figure 17, avec des bandes latérales d'amplitudes données.

Si l'une des deux roues possède une dent détériorée, il se produit alors, un choc périodique à la fréquence de rotation de cette roue. Ce choc modulera en amplitude le signal d'engrènement, il y aura donc une augmentation du facteur de modulation de la roue considérée, et donc une augmentation d'amplitude de ses raies latérales [Randa82], [Stewa80].

### II.B.4. Détermination du spectre

Pour obtenir le spectre en fréquence, il existe plusieurs méthodes. On distingue principalement deux approches :

Les méthodes non-paramétriques

Les méthodes paramétriques

### II.B.5. Méthodes non paramétriques

Pour les méthodes non paramétriques on trouve tous les estimateurs à base d'analyse de Fourier et les méthodes d'analyse par banc de filtres.

Les spectres basés sur l'utilisation directe de la transformation de Fourier sont obtenus soit par le calcul direct sur des segments d'échantillons temporels, puis moyennage de la transformée Fourier des segments pondérés par une fenêtre d'apodisation (périodogramme moyenné), soit par le calcul du spectre sur la fonction d'autocorrélation (corrélogramme) [Lawre87]. Ces méthodes donnent de bons résultats vis à vis du bruit additif présent dans le signal vibratoire. Cependant elles impliquent de fait, que les échantillons non disponibles dans la fenêtre d'observation du signal sont considérés comme nuls. Ceci se traduit dans le spectre par l'apparition de lobes secondaires dus à l'effet de fenêtrage.

Dans le cas de l'analyse par banc de filtre on trouve la méthode du minimum de variance (MV) qui a été développée par Szego en 1955 [Grenad58] et utilisée pour la première fois en 1969 par Capon [Capon69] en traitement du signal dans le cas de signaux sismiques. A la différence de la transformée de Fourier qui analyse le signal à l'aide d'un banc de filtres fixes (le banc de filtres n'est qu'un décalage en fréquence d'un même filtre), la méthode du MV adapte le banc de filtres à chaque fréquence en fonction du signal analysé. A chaque fréquence est donc construit un filtre adapté précisément à la quantité d'information spectrale contenu dans le signal à cette fréquence. Les lobes latéraux sont ainsi réduits, l'énergie en sortie est de ce fait minimisée, puisque les contributions aux autres fréquences sont atténuées. La méthode du MV donne une bonne approximation du spectre estimé avec un nombre d'échantillons relativement réduit.

La densité spectrale d'énergie d'un signal  $s(t)$  stationnaire estimé par la méthode du minimum de variance à la fréquence  $\nu_i$  est donnée par :

$$\phi_x(\nu_i) = \frac{1}{E_i^T R^{-1} E_i} \quad (24)$$

$R = E[s_c(t).s_c(t)^T]$  est la matrice d'autocovariance du signal, version centrée  $s_c(t)$ .

$$E_i = [1, e^{-2\pi j \nu_i}, \dots, e^{-2\pi j p \nu_i}]$$

$p$  est l'ordre des filtres.

Signalons l'estimateur de Lagunas, qui est une version normalisée de celui de Capon par rapport à la bande équivalente du filtre. Son expression est donnée par :

$$\phi_x(\nu_i) = \frac{E_i^T R^{-1} E_i}{E_i^T R^{-2} E_i} \quad (24b)$$

Cette estimateur possède une meilleure résolution spectrale.

### II.B.6. Méthodes paramétriques

Les méthodes d'analyse fréquentielle paramétriques sont basées sur la détermination d'un modèle représentant le signal à analyser et pour lequel les paramètres sont utilisés pour estimer le spectre de puissance. L'estimation du spectre nécessite trois étapes. La première consiste à sélectionner un type de modèle. Ensuite on estime les paramètres du modèle retenu en utilisant les échantillons du signal, et enfin, la dernière étape concerne l'estimation spectrale à partir des paramètres du modèle estimé.

L'analyse spectrale par la modélisation autorégressive (AR) qui utilise un modèle tout pôle est sans conteste la plus utilisée des techniques haute résolution d'analyse spectrale paramétrique. Elle doit son succès surtout à sa facilité de mise en œuvre.

#### II.B.6.a. Modélisation Autorégressive (AR)

On rappelle qu'un processus autorégressif (AR) d'ordre  $p$  est un signal  $s_n$  obtenu par filtrage numérique d'un bruit blanc centré  $e_n$  de variance  $\sigma^2$ , par un filtre linéaire tout pôle de coefficient  $a_i$ . Pour un tel processus on a la relation suivante :

$$s_n + \sum_{i=1}^p a_i s_{n-i} = e_n \quad (25)$$

Cette relation met en avant le fait que  $e_n$  a également la signification de l'erreur de prédiction de l'échantillon  $s_n$  à partir des  $p$  échantillons précédents. Les coefficients  $a_i$  sont choisis de telle sorte que la variance du bruit (ou de l'erreur de prédiction) soit minimisée. Si le signal  $s_n$  est stationnaire, les coefficients  $a_i$  sont indépendants du temps et solution des équations de Yule-Walker (système d'équations linéaires de  $p$  équations à  $p$  inconnues). Dans le cas de signaux non-stationnaires cette modélisation peut se faire dans une fenêtre glissante sur le signal, les coefficients  $a_i$  sont alors dépendants du temps, leur utilisation relève plutôt des méthodes d'analyse temporelle (paragraphe II.D).

Le spectre de puissance du processus autorégressif est donnée par :

$$S_{ar}(f) = \frac{\sigma^2}{\left| 1 + \sum a_i e^{-2\pi j i f} \right|^2} \quad (26)$$

Cette estimateur est très performant en résolution fréquentielle dans le cas d'enregistrement court. Néanmoins, la résolution en fréquence se dégrade relativement vite au fur et à mesure que le rapport signal à bruit décroît [Kay71].

### II.B.7. Exemples d'analyse spectrale

Le diagnostic vibratoire des réducteurs à engrenages par analyse spectrale a fait l'objet de nombreuses études [Benda93], [Dron95], [Droui93] [Drosj77], [Taylo80], [Gao98], [McFa085], [Rasol93] et [Oda87]. Dans ce qui suit, on présente un exemple de diagnostic par analyse spectrale.

Dans cet exemple [McFad85b], le spectre d'énergie est obtenu à partir de la transformée de Fourier. Celle-ci est calculée sur le signal vibratoire moyenné de manière synchrone par rapport à la période de rotation de la roue à surveiller.

Le signal vibratoire a été acquis sur un réducteur d'hélicoptère en fonctionnement sain et en présence d'un défaut de fissure en pied de denture grandissant.

La Figure 18 représente les spectres en fréquence du signal moyenné pour différents cas de fonctionnement du réducteur. La Figure 18a correspond au cas sans défaut, on retrouve la famille de raies d'engrènement, entourée par une famille de raies latérales périodiques de période égale à la fréquence de rotation de l'élément analysé.

La Figure 18b correspond au cas d'un petit défaut de fissure en pied de denture. On note que le changement principal est l'augmentation de l'amplitude des raies latérales, indiquant ainsi la présence d'un défaut sur la roue considérée.

La Figure 18c correspond au cas d'un défaut de fissure plus important, on observe encore une augmentation d'amplitude des raies latérales, témoignant ainsi de l'évolution grandissante du défaut.

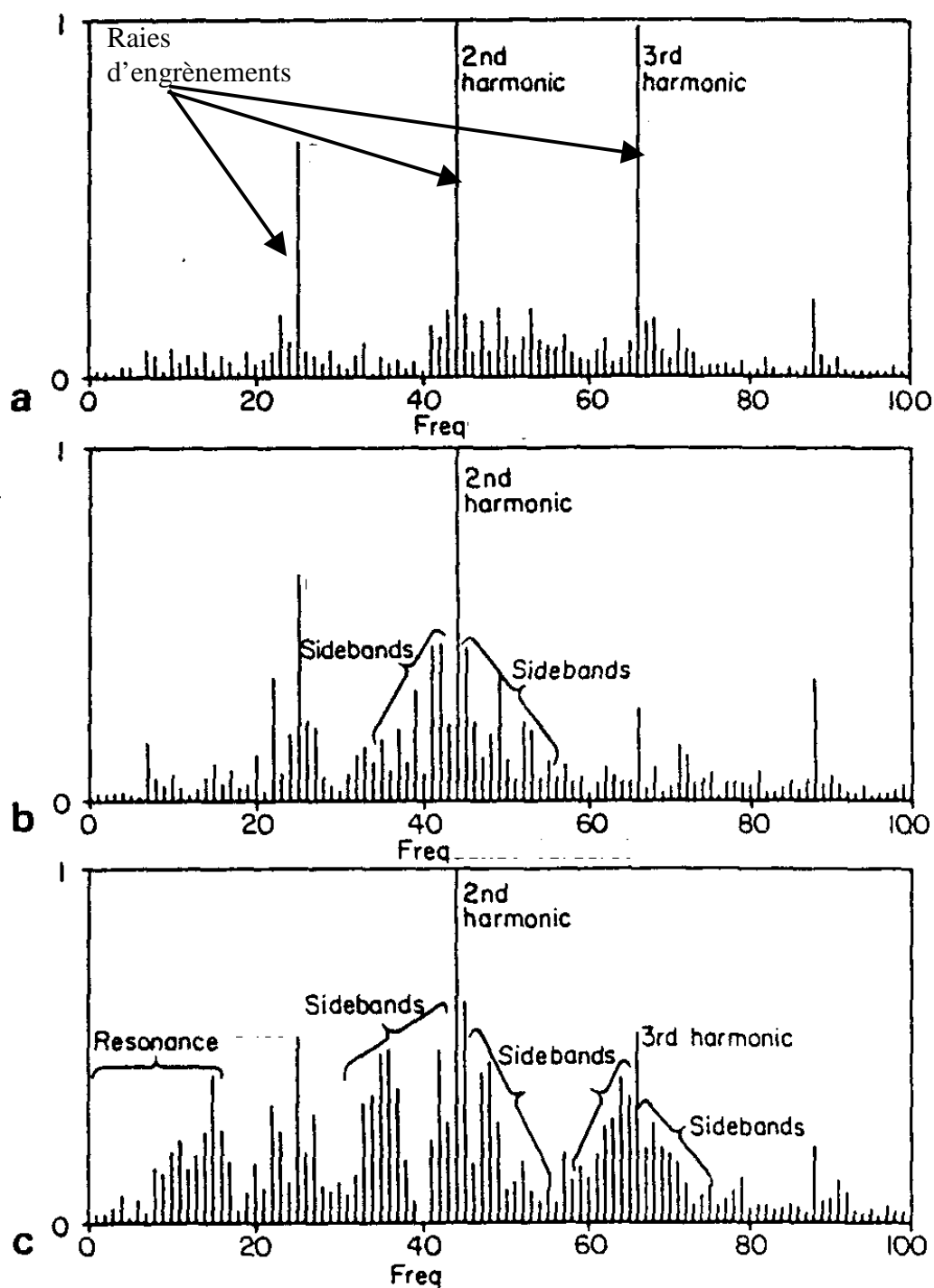


Figure 18: spectre de Fourier : a) réducteur sans défaut ; b) petit défaut de fissure ; c) gros défaut de fissure [McFad85b]

Signalons également que K. Drouiche [Droui93] a testé les méthodes de Capon et Lagunas, ainsi que la modélisation AR pour la détection de défaut d'écaillage. Ces méthodes n'ont pas donné de résultats satisfaisants. La raison est que ces estimateurs étant gourmands en temps de calcul, les spectres ont été estimés à partir d'un signal dont la taille correspond à un seul tour de rotation.

## II.C. Analyse cepstrale

Le cepstre (anagramme de spectre) d'énergie est un opérateur homomorphique introduit par Bogert en 1963 pour faire de la détection d'écho [Boger63]. Dans les systèmes mécaniques tournants, les signaux ont un caractère périodique après échantillonnage synchrone, de plus les défauts induisent des motifs récurrents pouvant être considérés comme un système d'échos multiples, c'est la raison pour laquelle il est utilisé [Randa80a], [Randa80b], [Capd92b] et [Aatol90]. On trouve plusieurs définitions du cepstre d'énergie dans la littérature. Celle qui est utilisée dans ce mémoire est la suivante :

$$\tilde{s}(t) = TF^{-1} [Ln|S(v)|] \quad (27)$$

où  $S$  est la transformée de Fourier du signal  $s$ . Bien que la variable générique du cepstre ait la dimension d'un temps, elle est souvent appelée quéfrence car le cepstre peut être interprété comme le spectre d'un spectre. On remarque que le cepstre d'énergie transforme le produit de convolution  $s(t)=h(t)*e(t)$  en une addition  $\tilde{s}(t) = \tilde{h}(t) + \tilde{e}(t)$ . Le cepstre d'énergie d'un signal accélérométrique, pour une position donnée du capteur, est donc la somme du cepstre de la fonction de transfert source-capteur qui caractérise le système et du cepstre de l'excitation. Dans le cas des signaux d'engrenage, cette propriété est à l'origine d'une certaine indépendance du cepstre d'énergie vis à vis de la position du capteur. En effet, le cepstre d'énergie de la réponse impulsionnelle de la structure mécanique est souvent confiné proche de l'origine, alors que celui du choc périodique d'un défaut, provoque un peigne de pics de même période. Une application de cette propriété est présentée dans [Randa80a].

R.B. Randall est l'un des précurseur dans le cas de l'analyse vibratoire. En effet dans les articles [Randa75] et [Randa80a], on trouve une étude intéressante sur l'interprétation du cepstre dans le cas de diagnostic de réducteurs. La Figure 19a [Randa82] montre un exemple de spectre de puissance calculé sur un signal accélérométrique issu d'une boîte de vitesse. La complexité de ce spectre rend difficile l'identification des raies. En calculant le cepstre Figure 19b on identifie clairement la présence de deux peignes de dirac décroissants de période égale à la rotation du pignon et de la roue engagé. Il faut noter que, à l'inverse du spectre, la résolution du cepstre d'énergie est d'autant meilleure que les fréquences sont basses.



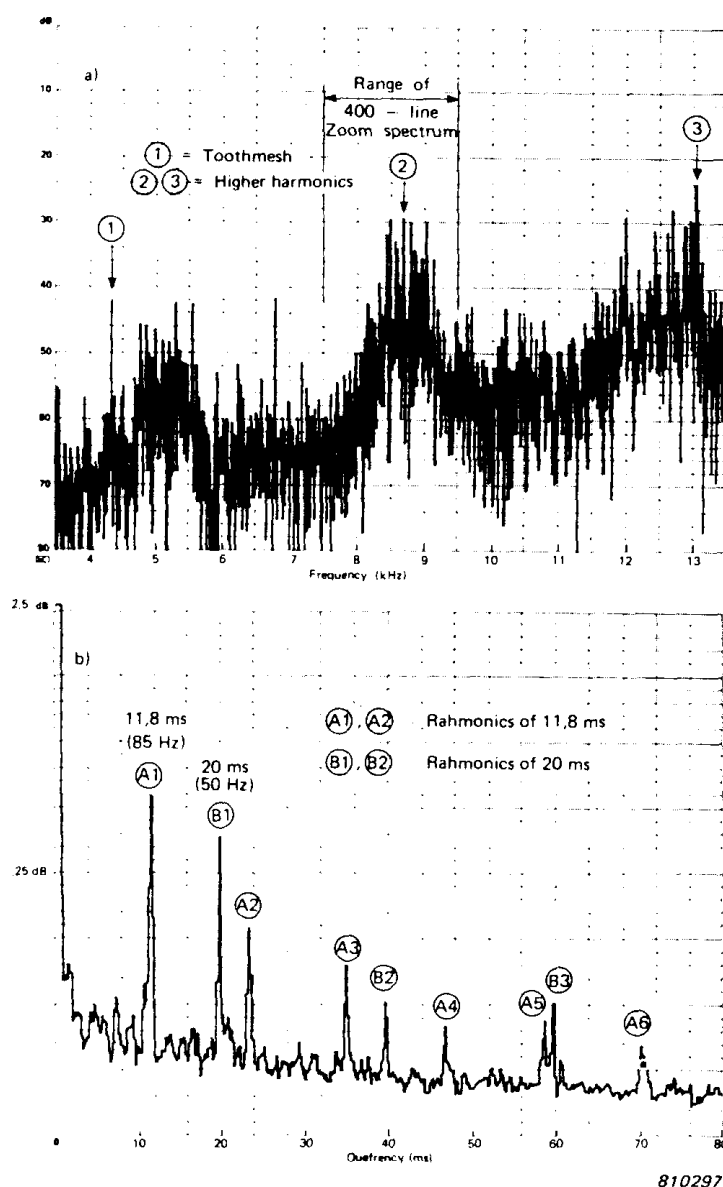


Figure 19: Analyse cepstrale ; a) spectre de puissance d'une boîte de vitesse ; b) cepstre d'énergie [Randa82]

Un autre exemple de diagnostic par le cepstre d'énergie, dont nous reportons les résultats essentiels sur la Figure 20, est présenté dans [Capd92a]. La Figure 20a et la Figure 20b représentent le cepstre d'énergie calculé sur le signal vibratoire issu d'un réducteur comportant un pignon de 20 dents et une roue de 21 dents. Au cours du fonctionnement le réducteur passe d'un état sain à un état dégradé. La Figure 20a, correspond au cepstre d'énergie calculé sur le signal vibratoire du réducteur en fonctionnement sain. On remarque la présence de deux pics dont les abscisses correspondent aux périodes de rotation du pignon et de la roue. La Figure 20b, correspond au cepstre d'énergie calculé sur le signal vibratoire, lorsque le réducteur comporte un défaut de denture localisé de type écaillage. On remarque que l'amplitude du pic correspondant au pignon a augmentée au détriment de l'amplitude du pic correspondant à la roue. Cette constatation sera justifiée théoriquement dans le chapitre 3 par le fait que l'on a une augmentation d'énergie du signal généré par le pignon. Cela indique

qu'il y a un défaut sur celui-ci. Cette indication est en accord avec le rapport d'expertise effectué sur ce réducteur.

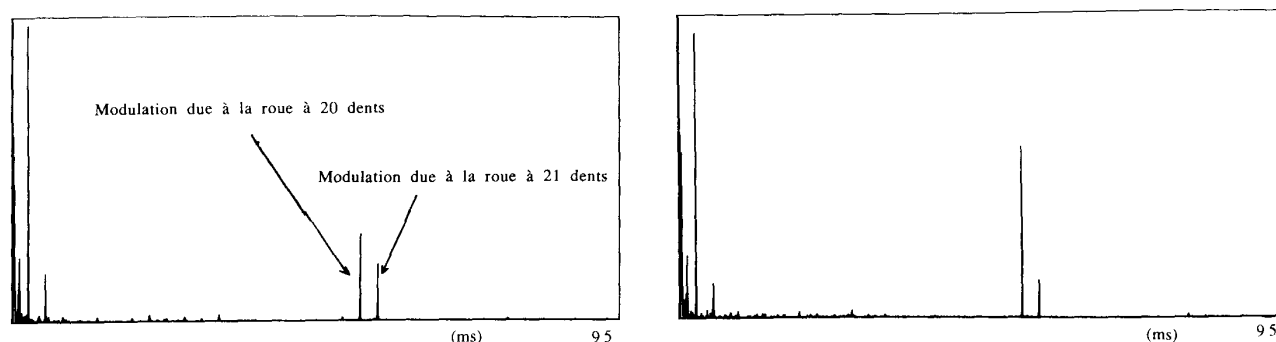


Figure 20: Cepstre d'énergie ; a) réducteur sans défaut ; b) avec défaut d'écaillage [Capd92a]

Dans [Aatol90], S. Aatola a réalisé une étude comparative entre plusieurs méthodes d'analyse vibratoire. Il a utilisé comme indicateurs : le spectre d'énergie, le cepstre d'énergie, la valeur efficace (RMS) et le kurtosis du signal (moment statistique d'ordre 4).

L'objectif était d'étudier les performances de ces différentes méthodes. Pour cette étude, il disposait d'un réducteur comportant un pignon de 23 dents et une roue de 101 dents, chargé au delà de sa puissance nominale afin d'accélérer le processus de dégradation. Les essais ont duré 497 heures, à la 497<sup>ème</sup> heure trois dents du pignon ont cassé à leur base.

A la suite de ces travaux, il s'est avéré que le cepstre d'énergie était le plus efficace, puisqu'il a permis de déceler de manière claire, l'apparition des défauts quatre heures avant la cassure des dents, comme en témoigne la Figure 21 qui représente l'évolution des coefficients cepstraux du pignon et de la roue. Dans le cas de l'analyse spectrale, il a suivi l'évolution de l'amplitude des pics d'engrèvements, des pics de la fréquence de rotation, du pignon et de la roue, et des bandes latérales dûs aux modulations d'amplitudes. Il a constaté (Figure 22a) que l'évolution des pics d'engrènement et de rotation était pratiquement constante durant les essais. L'amplitude des pics latéraux (Figure 22b) dues à la modulation d'amplitude du pignon augmentant de 3 *db* quatre heures avant la cassure des dents, cependant cette augmentation était difficilement décelable. La valeur efficace et le kurtosis donnant un changement significatif dix minutes avant la cassure.

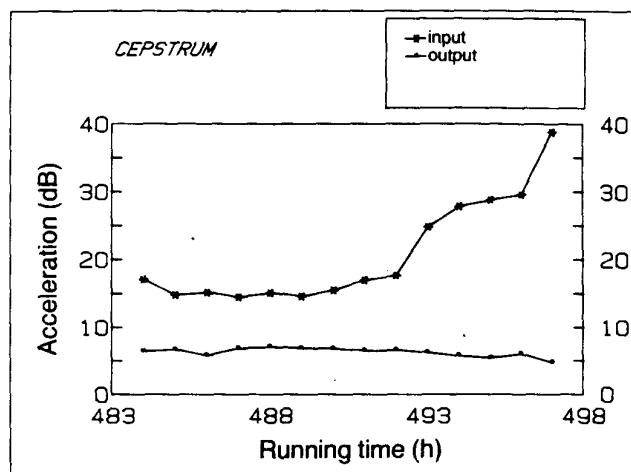


Figure 21: évolution du cepstre d'énergie.

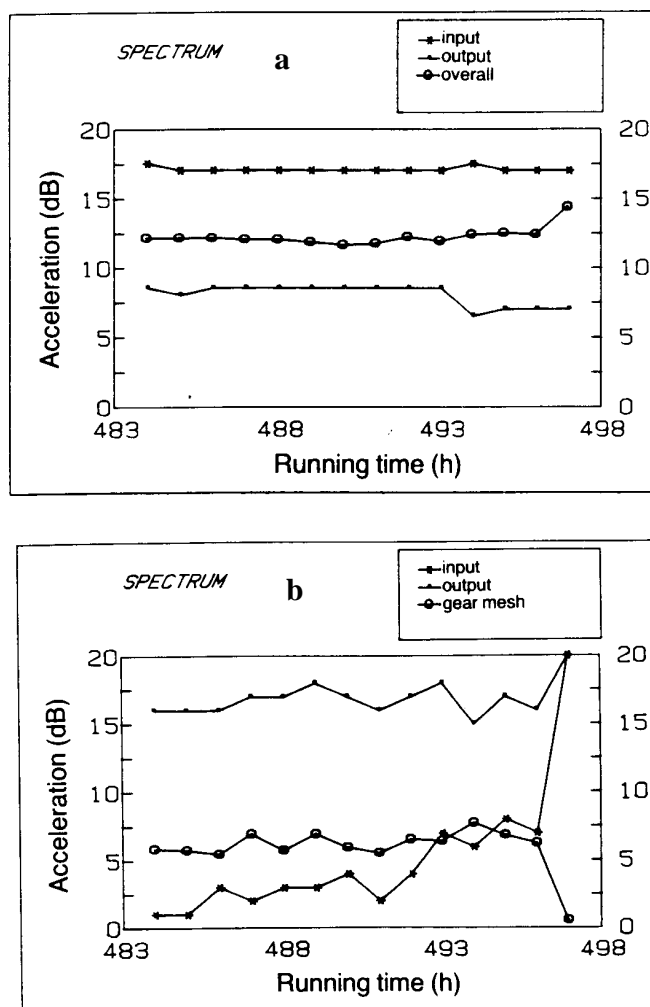


Figure 22 : Analyse spectrale ; a) évolution des pics d'engrèvements et des pics des rotation des roues ; b) évolution des bandes latérales [Aato190]

L'analyse du cepstre s'avère être un complément important du spectre dans l'étude vibratoire des réducteurs à engrenages. Il est en général plus lisible qu'un spectre et possède

certaines propriétés d'invariance vis à vis de l'amplitude des signaux et de la position du capteur qui le rend particulièrement attractif (comme nous le verrons au chapitre 3).

## II.D. Analyse temporelle

L'analyse temporelle peut se faire soit à l'échelle du signal, c'est à dire en utilisant des descripteurs obtenus à partir d'une fenêtre glissante sur le signal, cela permet la détection et la localisation du défaut, soit à l'échelle d'un ensemble de signaux, les descripteurs ont une valeur scalaire calculée directement sur la totalité d'un signal. Dans ce qui suit on présentera ces deux types d'approche :

- La démodulation d'amplitude et de phase
- Les méthodes statistiques
- Le suivi de l'erreur de prédiction

### II.D.1. Démodulation d'amplitude et de phase

Certains défauts d'engrenage, manifestent leur présence par une modulation d'amplitude et de fréquence du signal d'engrènement [McFad86], [Randa97], [Randa95b]. Il est donc possible à partir des méthodes de démodulation d'amplitude et de phase de détecter la présence d'un défaut [Pacha92].

Mc Fadden [McFad86] partant d'un modèle mathématique simple de signal vibratoire d'engrènement a calculé l'influence des modulations d'amplitude et de phase dues à un défaut localisé.

Si on considère un engrenage dont le signal vibratoire est moyenné de manière synchrone par rapport à la fréquence  $f_s$  de rotation d'une roue de  $N$  dents, on a :

$$s(t) = \sum_{m=0}^M X_m \cos(2\pi m N f_s t + \phi_m) \quad (28)$$

$M$  est l'ordre d'analyse du signal d'engrènement.  $X_m$  est l'amplitude de l'harmonique  $m$

Si l'engrenage comporte maintenant un défaut, tel que, une fissure en pied de denture, cela se traduira par une modulation d'amplitude et de phase du signal d'engrènement. Le signal modulé est donné par [McFad86] :

$$y(t) = \sum_{m=0}^M X_m (1 + a_m(t)) \cdot \cos(2\pi m N f_s t + \phi_m + b_m(t)) \quad (29)$$

avec :

$$a_m(t) = \sum_{n=0}^P A_{mn} \cos(2\pi m f_s t + \alpha_{mn}) \quad (30)$$

$$b_m(t) = \sum_{n=0}^P B_{mn} \cos(2\pi n f_s t + \beta_{mn}) \quad (31)$$

$a_m(t)$  et  $b_m(t)$  représentent respectivement les modulations d'amplitude et de fréquence du signal d'engrènement dues à la présence d'un défaut de denture. Ces fonctions sont définies par leurs séries de Fourier.

Dans le spectre, la modulation d'amplitude créera des raies latérales autour des pics d'engrènement. L'espacement des raies satellites est égal à la fréquence de rotation de la roue portant le défaut. L'étendue des raies satellite dépend étroitement de la forme du signal modulant. Si, on considère que les raies satellites d'un harmonique d'engrènement n'empiètent pas sur les raies satellites d'un harmonique d'engrènement voisin, et que l'on réalise de plus, un filtrage passe bande autour de l'harmonique d'engrènement le plus énergétique, on obtient l'expression suivante :

$$z_m(t) = X_m (1 + a_m(t)) \cos(2\pi m N f_s t + \phi_m + b_m(t)) \quad (32)$$

On peut donc à partir des hypothèses formulées précédemment, faire une démodulation d'amplitude et de phase sur le signal  $z_m(t)$ .

L'outil utilisé pour extraire l'amplitude et la phase de ce signal est la transformation de Hilbert. En effet l'expression  $z_m(t)$  peut être vue comme étant la partie réelle du signal complexe analytique  $c_m(t)$  défini par :

$$c_m(t) = z_m(t) + jH(z_m(t)) \quad (33)$$

avec  $H(z_m(t))$  est la transformée d'Hilbert de  $z_m(t)$ .

On obtient donc pour expression de  $c_m(t)$  :

$$c_m(t) = X_m(t)(1 + a_m(t))e^{j(2\pi m N f_s t + \phi_m + b_m(t))} \quad (34)$$

A partir du signal analytique on peut donc obtenir une estimation de la modulation d'amplitude et de phase. On aura donc :

Pour la démodulation d'amplitude :

$$a_m(t) = \frac{|c_m(t)|}{X_m} - 1 \quad (35)$$

Pour la démodulation de phase :

$$b_m(t) = \arg(c_m(t)) - (2\pi m T f_s t + \phi_m) \quad (36)$$

Mc Fadden [McFad86] a utilisé ces méthodes pour détecter les défauts de fissure en pied de denture. La démodulation de phase est particulièrement bien adaptée à ce type de défaut car la dent défectueuse introduit un retard de phase dans le signal d'engrènements.

Les figures présentées ci-dessous, concernent le cas d'un réducteur d'hélicoptère comportant un défaut de fissure en pied de denture à différents stades de dégradation, la roue

concernée a 22 dents. La Figure 23a montre le signal vibratoire après 250 moyennes synchrones. La roue a un défaut de fissure en pied de dent. Aucune grande irrégularité n'apparaît sur le signal temporel. La Figure 23b représente la modulation d'amplitude (l'enveloppe du signal), il apparaît une petite modulation sans importance significative. La Figure 23c représente la modulation de phase présente dans le signal temporel. A environ  $180^\circ$ , il apparaît un retard de phase de  $-60^\circ$  causé par la déflexion de la dent fissurée au moment de l'engrènement avec une autre dent. Cela montre l'information portée par la phase pour des signaux vibratoires d'engrenage comportant un défaut de fissure.

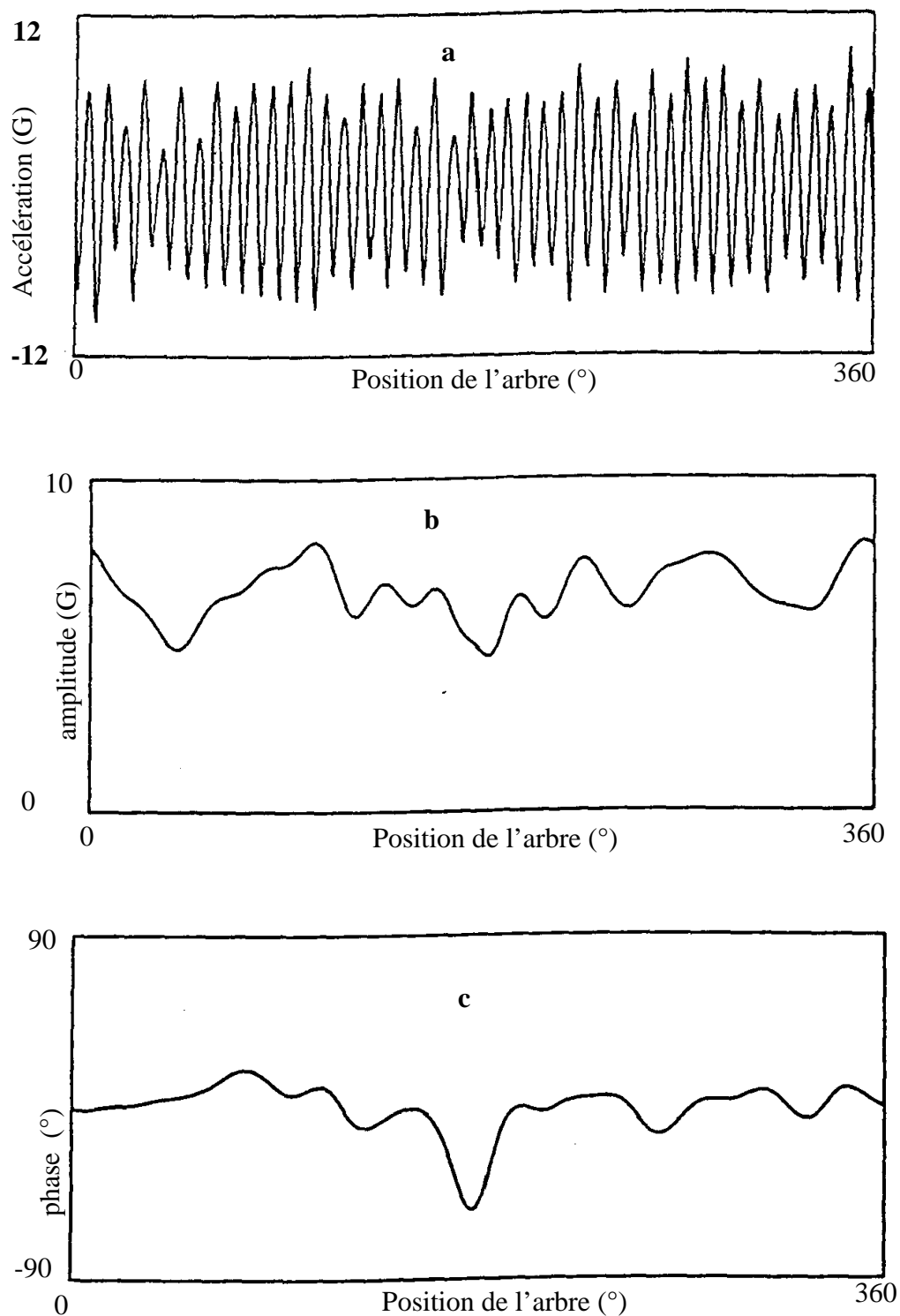


Figure 23 : réducteur ayant un petit défaut de fissure : a) signal moyenné ; b) modulation d'amplitude ; c) modulation de phase [McFad86]

La Figure 24a montre le signal vibratoire moyenné obtenu pour le même réducteur dans le cas d'une dégradation plus importante de la fissure. Il apparaît cette fois ci une forte

irrégularité dans le signal moyenné à environ  $180^\circ$  que l'on retrouve aussi sur l'enveloppe du signal (Figure 24b). La modulation de la phase (Figure 24c) fait apparaître un saut de phase de pratiquement  $360^\circ$  à la position de  $180^\circ$ . Ces résultats montrent ainsi que l'ensemble amplitude et phase d'un signal donnent une information claire de l'existence d'un défaut avancé de fissure en pied de denture.



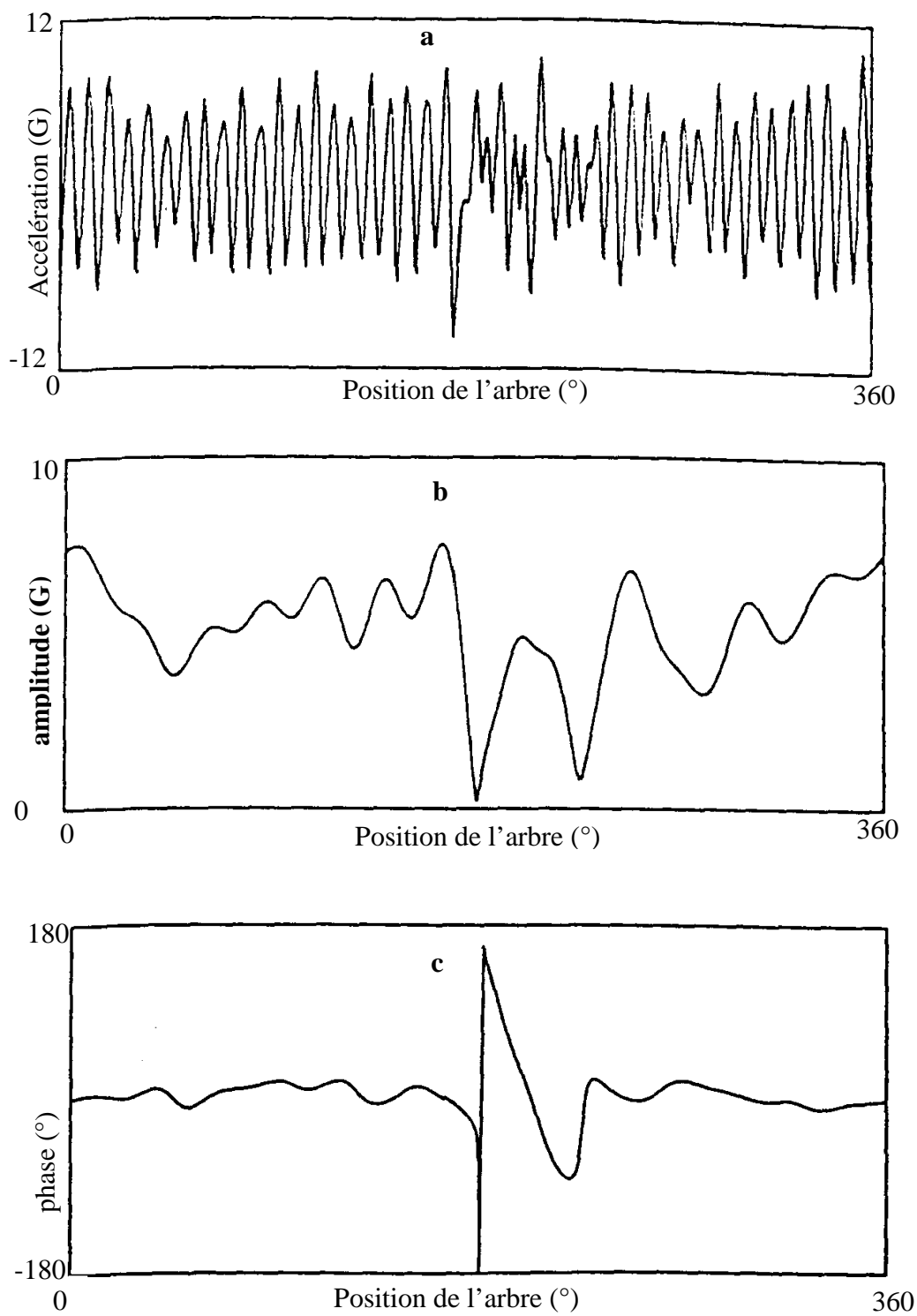


Figure 24 : réducteur ayant un important défaut de fissure : a) signal moyenné ; b) modulation d'amplitude ; c) modulation de phase [McFad86]

## II.D.2. Analyse statistique des signaux

L'analyse statistique utilise les premiers moments statistiques de la densité de probabilité du signal vibratoire. La distribution d'amplitude du signal peut s'exprimer sous forme d'une fonction de densité de probabilité. Pour cela, on découpe en plage de mesures de  $N$  intervalles  $I_j$  de longueur égale. On définit la probabilité  $P_j(s)$  pour que l'amplitude  $s$  de la vibration soit comprise entre les bornes de l'intervalle  $I_j$  par le rapport du temps pendant lequel l'amplitude instantanée du signal a été comprise entre ces deux valeurs sur le temps total de mesure (Figure 25).

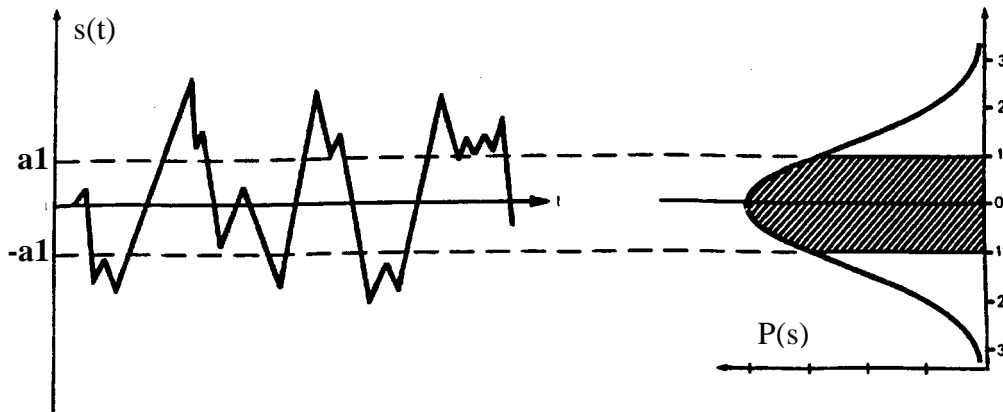


Figure 25 : Établissement d'une courbe de densité de probabilité.  $a_1$  valeur efficace du signal

Ce graphe montre que l'allure générale du signal vibratoire peut être analysée à travers sa densité de probabilité. Pour caractériser la forme globale de la densité de probabilité des amplitudes du signal sans la tracer, il est plus rapide de calculer ses premiers moments statistiques. On utilise en général les quatre premiers moments statistiques pour l'analyser. Le moment d'ordre 1, qui définit la valeur moyenne  $\bar{s}$  est donné par :

$$m_1 = \bar{s} = \int_{-\infty}^{\infty} sp(s)ds \quad (37)$$

Dans le cas du diagnostic des réducteurs on utilise la moyenne synchrone. Le principe consiste à découper en segments de même longueur le signal vibratoire et d'effectuer une moyenne d'ensemble sur ces segments. La longueur de ces segments est prise égale à la période de rotation du pignon ou de la roue du réducteur à analyser. Les moyennes relatives au pignon et à la roue sont réalisées successivement à partir du même signal vibratoire. La moyenne synchrone est souvent utilisée comme moyen de prétraitement du signal pour éliminer le bruit ou bien pour séparer l'influence de différentes sources d'excitations. Cependant on peut l'utiliser aussi pour la détection et la localisation de défauts d'engrenages [McFad85a], [Broug85] et [McFad87].

Cette opération permet l'émergence de toutes les composantes vibratoires en phase avec la partie cinématique de l'organe tournant suivi, et inversement, tout ce qui n'est pas synchrone est détruit. Il en est de même pour le bruit aléatoire.

Le moment d'ordre 2, qui correspond à la variance, caractérise la dispersion des variables aléatoires autour de la moyenne, est donné par :

$$m_2 = \sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (s - \bar{s})^2 p(s) ds \quad (38)$$

Le moment d'ordre 3, couramment nommé Skew, représente le taux de dissymétrie de la distribution d'amplitude du signal par rapport à un maximum (dont l'abscisse correspond à la moyenne dans le cas d'une gaussienne). La mesure de cette dissymétrie est donné par :

$$m_3 = \frac{1}{\sigma^3} \int_{-\infty}^{\infty} (s - \bar{s})^3 p(s) ds \quad (39)$$

C'est une quantité sans dimension.  $m_3$  sera positif ou négatif selon l'étalement de la courbe à droite ou à gauche, respectivement, de la valeur moyenne.

Le moment d'ordre 4, couramment nommé Kurtosis, représente le taux d'aplatissement de la distribution, il donne une évaluation de l'importance du pic du sommet de la courbe.

$$m_4 = \frac{1}{\sigma^4} \int_{-\infty}^{\infty} (s - \bar{s})^4 p(s) ds \quad (40)$$

C'est une quantité sans dimension, on le compare souvent à la valeur du Kurtosis d'une gaussienne qui vaut 3 en théorie.

Le suivi de ces paramètres (excepté la moyenne synchrone) donne une information globale sur l'état vibratoire d'une machine tournante [Alata94], [Alata95] et [Gelle95]. Dans la pratique ces outils statistiques sont calculés soit directement sur le signal vibratoire, lorsque le signal est dominé en partie par les composantes fréquentielles de l'engrenage à surveiller, soit sur une version filtrée du signal vibratoire autour, des fréquences caractéristiques de l'engrenage. Les moments statistiques sont des outils de détection seulement et ne peuvent en aucun cas fournir des précisions sur la nature du défaut.

#### Exemple de diagnostic avec le Kurtosis [Boule95] :

En analyse vibratoire, le kurtosis est certainement le moment statistique le plus utilisé. Les vibrations de type sinusoïdale ou impulsionnelle génèrent des allures de courbe de densité différente. Pour quantifier cette différence, le Kurtosis est le plus représentatif. Ce paramètre détecte la présence d'impulsions ou de choc dans le signal.

La Figure 26 présente les densités de probabilité du signal vibratoire d'un réducteur : à gauche, en fonctionnement sain, la valeur du kurtosis est 2.5 ; à droite, en fonctionnement dégradé, la valeur du kurtosis est de 11.5.

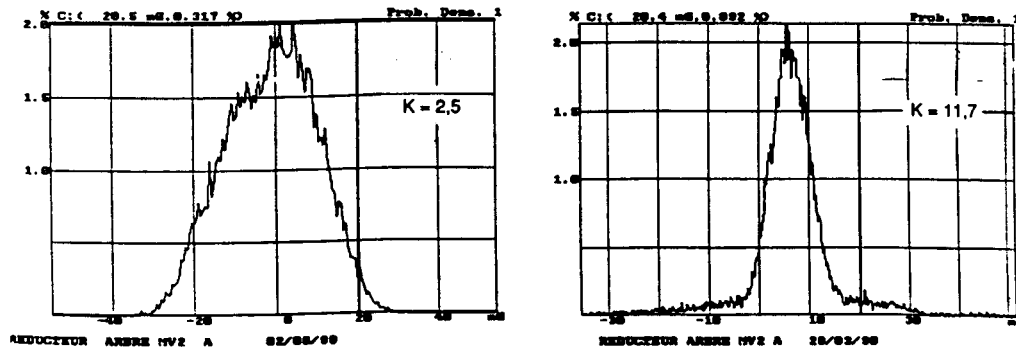


Figure 26 : densité de probabilité du signal vibratoire d'un réducteur.

La valeur K du kurtosis dépend fortement de la forme des signaux [Boule95]. Par exemple :

K=1.5 pour une vibration de type sinusoïdal.

K=3 pour une vibration de type impulsionnel aléatoire.

K élevé pour une vibration de type impulsionnel périodique.

Signalons également le suivi des valeurs efficaces et valeurs crête du signal. La valeur efficace (RMS) du signal temporel est une caractéristique importante du signal puisqu'elle a une relation directe avec son énergie :

$$RMS = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T s^2(t) dt} \quad (41)$$

$s(t)$  est le signal temporel observé sur une période T.

L'avantage d'un tel indicateur est son extrême facilité de mise en œuvre. Cependant, il est peu sensible, on l'utilise en général quand la puissance du signal vibratoire en fonctionnement sain est faible par rapport à la puissance du défaut [Boule98].

Le facteur de crête est un indicateur dérivé de la valeur efficace utilisé, pour la détection spécifique d'impulsions ou de choc présents dans le signal vibratoire [Benne88]. Il est défini par :

$$F = \frac{A_c}{A_{eff}} \quad (42)$$

Avec  $A_c$  valeur maximale du signal et  $A_{eff}$  valeur efficace du signal.

**Matrice de covariance :**

La matrice de covariance du signal peut être utilisée. Dans [Droui92], il est préconisé un suivi de la matrice de covariance utilisant le test de sphéricité.

Le test de sphéricité [Ander58] constitue un test d'hypothèse d'égalité de deux matrices de covariance de deux processus aléatoires gaussiens indépendants.

Considérons  $N$  vecteurs d'observations  $X_1, X_2, \dots, X_N$  de dimension  $p$  d'un processus aléatoires gaussiens indépendants  $N(\mu, \Sigma)$ , il s'agit de tester l'hypothèse,  $H: \Sigma = \sigma^2 I$ , où  $I$  est la matrice identité de dimension  $p$ ,  $\sigma^2$  est un facteur de proportionnalité.

L'hypothèse  $H$  est vérifiée, si et seulement si, les racines  $\phi_i$  de l'équation :  $|\Sigma - \phi I| = 0$  sont identiques. Le critère testant l'hypothèse de sphéricité  $H$  est dans ce cas :

$$\lambda = \frac{|\Sigma|^{\frac{N}{2}}}{\left(\frac{Tr \Sigma}{p}\right)^{\frac{pN}{2}}} \quad (43)$$

$Tr$  : trace d'une matrice,  $||$  : déterminant d'une matrice.

Dans [Droui92] le test de sphéricité a été utilisé pour comparer une matrice de covariance référence, estimée sur un tour complet de la roue à analyser, à une seconde, estimée sur une durée équivalente au temps d'engrènement d'une dent de l'engrenage. Ainsi pour chaque dent il a été calculé le critère de sphéricité (43).

Le test de sphéricité a été calculé sur une série d'essais de fatigue de réducteurs à engrenages. Il offre des performances remarquables puisqu'il a pu détecter les dents défaillantes, au plus tard, le jour d'apparition du défaut indiqué par les experts [Droui93]. Malgré cela, c'est une méthode peu utilisée.

**II.D.3. Méthodes basées sur les ruptures de modèles**

Ces méthodes consistent à suivre dans une fenêtre glissante, l'évolution de certains paramètres d'un modèle du signal à traiter. Les variations brusques de ces paramètres indiquent généralement la présence d'un défaut. Nous donnons deux exemples :

1- *Le suivi de l'erreur de prédiction en modélisation AR.* Cette méthode consiste à enregistrer l'énergie de l'erreur de prédiction résultant d'un modèle autorégressif adaptatif. Ce modèle ajuste ses paramètres au fur et à mesure que le système évolue dans le temps.

S'il se produit un changement brusque dans le système, l'algorithme tentera d'ajuster les paramètres pour d'identifier au mieux les changements au niveau du signal, provoquant ainsi une variation de l'erreur de prédiction

Dans [Droui93], les signaux vibratoires d'un réducteur ont été soumis à la modélisation AR adaptative.

La Figure 27 représente respectivement, sur deux tours d'arbre, le signal vibratoire et l'énergie de l'erreur de prédiction linéaire résultants de la modélisation AR, cela avant l'apparition d'un défaut, au moment de son apparition et lorsque celui-ci à évolué. On note clairement sur la Figure 27c un saut de l'énergie de l'erreur de prédiction linéaire à l'instant d'apparition du défaut. Sur la Figure 27b, le saut est moins marqué.

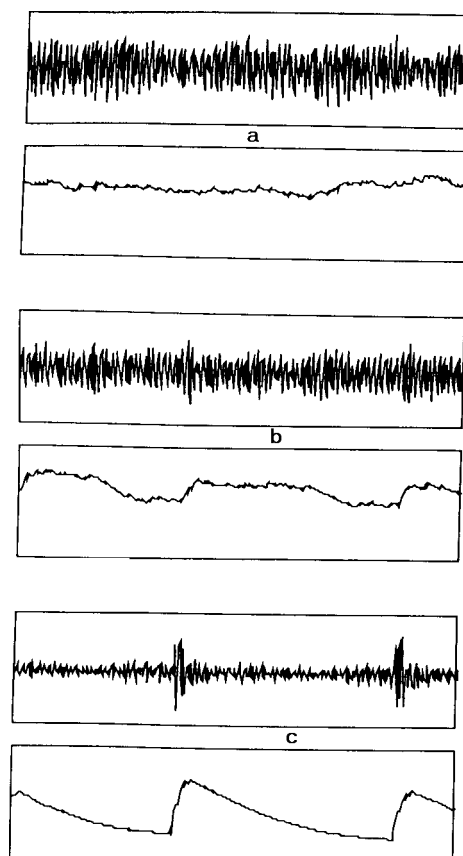


Figure 27 : erreur de prédiction ; a) sans défaut ; b) petit défaut ; c) gros défaut [Droui93]

La modélisation AR adaptative est un outil adapté à la modélisation de signaux faiblement non-stationnaires, et permet de mettre en évidence le changement de modèle d'un système se manifestant par l'apparition d'un défaut.

2- *Suivi de l'amplitude et de la phase dans un modèle de modulations.* L. Lebal [Lebal95] propose de linéariser et de discrétiser l'expression (28) à l'aide de la trigonométrie classique. L'équation obtenue est mise sous forme matricielle, les paramètres amplitude et phase sont estimés par la méthode des moindres carrés récursifs avec facteur d'oubli. L'avantage d'une telle méthode et de prendre en compte également, une non-stationnarité lente du signal assurée par le facteur d'oubli, cela permet d'avoir une bonne estimation de l'amplitude et de la phase du signal. Cependant cette méthode nécessite un temps de calcul important, et le choix du facteur d'oubli.

## II.E. Méthodes temps fréquence et temps -échelle

### II.E.1. Temps fréquence

Les méthodes d'analyse temps fréquence ont été développées pour l'étude des signaux non-stationnaires [Ville48], [Fland93] et [Choy96]. Cette notion de non stationnarité peut s'appliquer aussi bien à des signaux aléatoires qu'à des signaux certains. Plus généralement, elles s'appliquent à des signaux dont le contenu fréquentiel ou les propriétés statistiques évoluent au cours du temps.

L'analyse spectrale par analyse de Fourier, est parfaitement adaptée à l'étude des signaux périodiques, elle ne peut naturellement pas prendre en compte l'évolution temporelle des caractéristiques fréquentielles d'un signal non stationnaire. Pour décrire cette évolution temporelle, il faut réaliser une analyse spectrale évolutive, d'où les méthodes temps fréquence.

#### II.E.1.a. La distribution de Wigner-Ville

La transformation de Wigner-Ville est une technique d'analyse temps fréquence qui permet des diagnostics précis [Fland92], [Bigre95], [chiol87] et [chiol92], dans des cas où souvent les méthodes classiques échouent, spécialement lorsqu'elles sont appliquées aux signaux non-stationnaires. La transformation de Wigner-Ville est définie par :

$$W_s(t, \nu) = \int_{-\infty}^{\infty} s\left(t + \frac{\tau}{2}\right) s^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right) e^{-2\pi j \nu \tau} d\tau \quad (44)$$

avec  $s(t)$  signal complexe quelconque.

C'est une fonction réelle qui définit une distribution d'énergie dans le plan temps-fréquence. Elle peut être interprétée comme la TF d'une autocorrélation instantanée, donc comme une densité spectrale instantanée. Cependant, cette analogie est tempérée par l'existence de valeurs négatives qui en rendent délicate l'interprétation [Fland93]. La structure bilinéaire de cette transformation crée des termes d'interférences liés aux différentes composantes fréquentielles du signal.

Des procédures de lissage (fréquentiel et temporel) par fenêtrage permettent de réduire les interférences entre les différentes composantes fréquentielles du signal [Fland93].

En pratique des versions lissées de Wigner-Ville calculées sur le signal analytique apparaissent nécessaires pour améliorer la lisibilité des images temps-fréquence associées à des signaux multifréquences comme les signaux vibratoires issus de machines tournantes. La transformation de Wigner-Ville lissée est définie par :

$$W_L(t, \nu) = \int_{-\infty}^{\infty} |h(\tau)|^2 \left[ \int_{-\infty}^{\infty} g(t-u) s_a\left(u + \frac{\tau}{2}\right) s_a^*\left(u - \frac{\tau}{2}\right) du \right] e^{-2\pi j \nu \tau} d\tau \quad (45)$$

$h(t)$  fenêtre d'observation déterminant le lissage fréquentiel

$g(t)$  fenêtre de lissage temporel.

Le compromis auquel est confronté la transformation de Wigner-Ville n'est pas entre résolution temporelle et fréquentielle (comme pour la transformation de Fourier à court terme) mais entre la finesse de description des composantes fréquentielles et l'importance des structures interférentielles [Fland93].

### II.E.1.b. Exemple d'analyse temps fréquence

La Figure 28 représente la distribution d'énergie de type Wigner-Ville calculé sur un signal accélérométrique issu d'une boîte de vitesse comportant un défaut avancé de type écaillage [Oehlm95]. On retrouve les fréquences caractéristiques de l'engrènement, notamment la fréquence d'engrènement à 906hz, et ses harmoniques. De plus on observe une forte énergie au alentour de 2500hz qui correspond à l'instant d'engrènement au point de charge maximale de la dent comportant l'écaillage. La fréquence liée au phénomène d'écaillage (certainement une fréquence propre du système mécanique) décroît approximativement de façon linéaire avec le temps, et l'amplitude diminue également. Ces variations caractérisent la manière dont l'énergie est absorbée par le système mécanique.

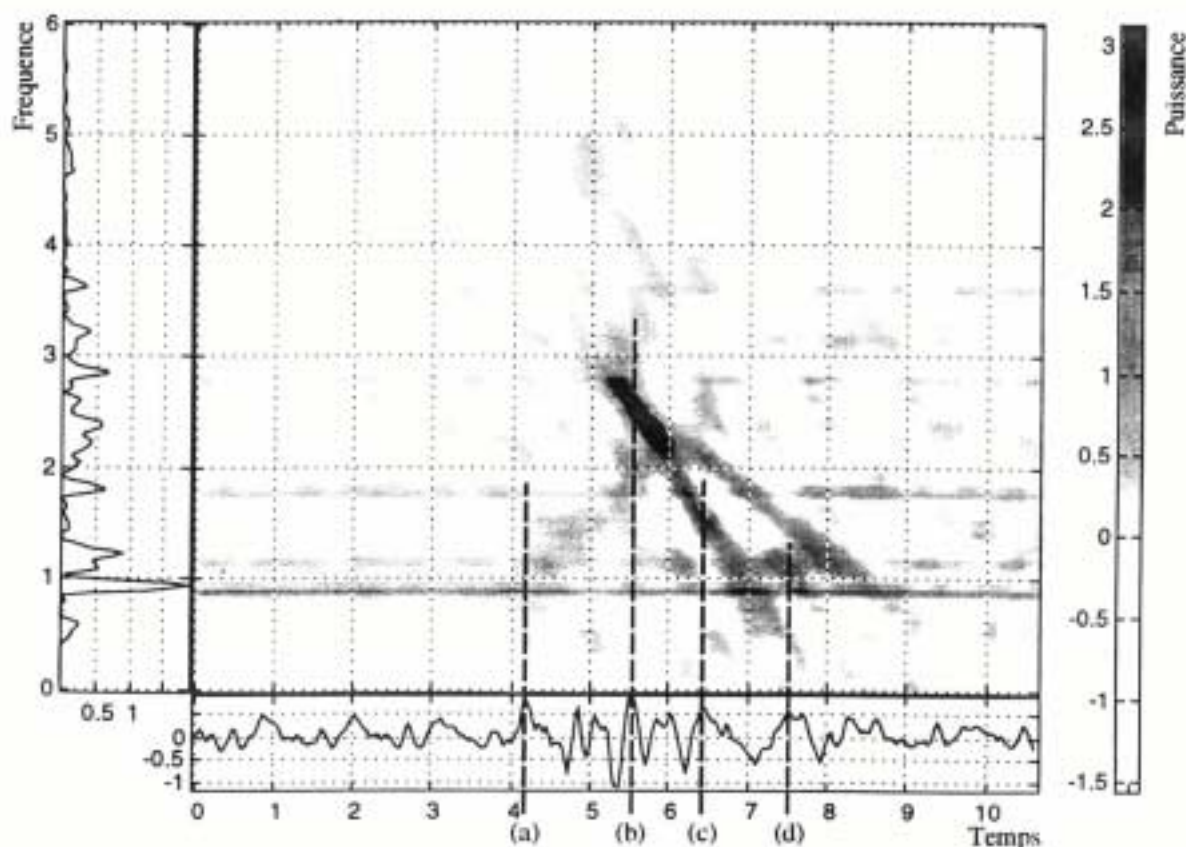


Figure 28 : représentation temps-fréquence du signal vibratoire [Oehlm95].

La représentation temps-fréquence a permis ainsi de mettre évidence la modulation de fréquence linéaire en fonction du temps, due en partie au défaut d'écaillage, le tout en ayant une très bonne résolution temporelle et fréquentielle, ce que ne permet pas la transformation de Fourier classique.



Cependant, le temps de calcul d'une représentation temps fréquence peut être prohibitif, et de plus l'interprétation d'une image est souvent difficile. En pratique la représentation temps-fréquence est souvent une étape utilisée pour faire une analyse événementielle du signal vibratoire, et pour mesurer aussi, les fréquences et les résonances éventuelles associées à chaque source d'excitation contenue dans le signal vibratoire. De plus l'automatisation de telles méthodes pour la détection de défaut est encore complexe [Astra97].

### II.E.2. Temps échelle

Ce mode de représentation est utilisé pour détecter des phénomènes qui se déroulent sur des échelles de fréquence distinctes, rencontrés dans un signal. La transformation en ondelette a été formalisée par Grossman et Morlet [Gross84]. L'idée fondamentale est de décomposer le signal à l'aide de fonctions analysantes particulières construites à partir d'une ondelette « mère » oscillante et à moyenne nulle  $\psi(t)$  [Mey90]. A partir de l'ondelette mère, il est possible de créer des ondelettes analysantes  $\psi_{(a,b)}(t)$  centrées autour de  $b$  et à échelle variable définie par le paramètre  $a$  :

$$\psi_{(a,b)}(t) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (46)$$

Le paramètre  $a$  est un coefficient de dilatation qui fait que la notion d'échelle remplace celle de fréquence. Le paramètre  $b$  correspond au décalage temporel de la fonction analysante, en le faisant varier, on déplace la fonction analysante le long de l'axe des temps.

La forme générale de la transformation en ondelette  $T_s(a,b)$  d'un signal  $x(t)$  est donnée par :

$$T_x(a,b) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \int_{-\infty}^{\infty} s(t) \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) dt \quad (47)$$

On constate que la transformation en ondelette revient à faire dans le domaine temporel une série de corrélation entre le signal  $s(t)$  et les fonctions analysantes pour différentes échelles. Ce qui permet d'interpréter son action comme la recherche des instants où le signal ressemble le plus à la forme de l'ondelette (celle ci pourrait être par exemple la signature temporelle du défaut à détecter).

La transformée en ondelette permet de mettre en évidence les non-stationnarité dans un signal [Alata95], [Leduc95], [Stras94] et [Brenn97].

La Figure 29 représente un exemple d'utilisation des ondelettes réalisé par S. T. Lin [Lin97] pour le diagnostic d'un engrenage d'hélicoptère. Les auteurs ont utilisé des fonctions B-spline comme fonction analysante. L'engrenage comporte un défaut de fissure grandissant sur l'une des roues. Avant de faire une analyse temps-échelle du signal accélérométrique, ils ont moyenné le signal sur plusieurs réalisations temporelles de manière synchrone par rapport à la roue qui porte le défaut. Comme la manifestation de ce type de défaut influence plus particulièrement les raies satellites présentes autour des pics d'engrèvements, le signal

moyenné a été filtré passe bande autour du pic d'engrènement le plus énergétique, en prenant en compte les raies satellites. Il a été démodulé autour de cette raie d'engrènement, en la déplaçant à la fréquence zéro. C'est sur le signal obtenu par transformée de Fourier inverse qu'a été utilisée la transformée en ondelette. Sur la Figure 29 les résultats sont présentés dans le plan « angle-fréquence de modulation ». Le défaut est visible à partir de la représentation 2 au alentour de 265. L'amplitude de la fréquence de modulation augmentent avec l'importance du défaut (cas 3 et 4).

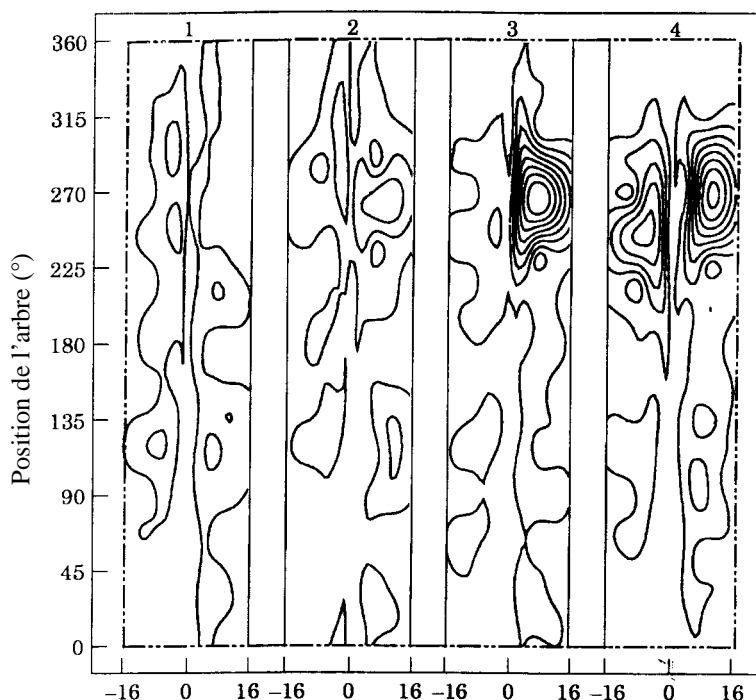


Figure 29 : Transformée en ondelettes de signaux d'engrenages

Les inconvénients majeurs de ce type de représentation sont comme dans le cas des représentations temps-fréquence : l'interprétation de l'image obtenue est souvent difficile, la mise en place d'une procédure automatique de détection de changement dans l'image est difficile, en général elle utilise des méthodes de traitement d'image [Astra97] souvent très lourdes à mettre en œuvre.

## II.F. Analyse de la cyclostationnarité

Statistiquement, en traitement du signal, on a coutume de distinguer deux grandes familles de signaux ; les signaux stationnaires, dont les moments statistiques de la densité de probabilité sont indépendants du temps, et les signaux non-stationnaires, dont les moments statistiques dépendent du temps. Dans cette dernière famille, il existe une classe de signaux particulière, que sont les signaux cyclostationnaires [Gardn91] et [Gardn90]. Un processus est cyclostationnaire à l'ordre  $n$ , si tous ses moments statistiques jusqu'à l'ordre  $n$  sont dépendants du temps de façon périodique à la période  $T$ .

Un signal stationnaire a pour particularité de ne contenir que des composantes fréquentielles décorréliées, du fait que son autocorrélation ne dépend pas du temps [Capde95].

Le signal d'engrenage étant la somme de composantes fréquentielles provenant d'un seul phénomène physique (l'erreur de transmission), on peut supposer que ces composantes ne soient pas décorréliées les unes des autres. Les signaux d'engrenage étant périodiques, l'hypothèse de cyclostationnarité peut être utilisée. Il faut noter de plus que c'est parce que les signaux d'engrenage sont cyclostationnaires que l'échantillonnage angulaire trouve son intérêt.

### II.F.1. Cyclostationnarité à l'ordre un : moyenne synchrone

Si on considère un réducteur à engrenage, comportant un pignon de fréquence de rotation  $f_1$ , et une roue de fréquence de rotation  $f_2$ , C. Capdessus et al ont montré que la moyenne synchrone est périodique [Capde95], et ses fréquences de cyclostationnarité sont  $f_1$  et  $f_2$ .

L'analyse de la moyenne synchrone est un exemple d'utilisation de la cyclostationnarité à l'ordre un pour faire du diagnostic.

### II.F.2. Cyclostationnarité à l'ordre deux : l'autocorrélation

La fonction d'autocorrélation d'un signal  $s(t)$ , est définie par :

$$R_s(t, \tau) = E[s(t + \frac{\tau}{2}) \cdot s^*(t - \frac{\tau}{2})] \quad (48)$$

Dans le cas général, cette fonction dépend de la date  $t$  à laquelle on se place et de l'écart  $\tau$  entre les deux observations. Dans le cas d'un processus cyclostationnaire, cette fonction est périodique de période  $T$  par rapport au temps  $t$ .

A partir de l'autocorrélation du signal, il est possible d'extraire quatre grandeurs caractéristiques des propriétés statistiques du signal. En effet la fonction d'autocorrélation dépend de deux variables  $t$  et  $\tau$ , on peut s'intéresser à sa composition fréquentielle, suivant chacune de ces deux variables. L'étude de sa composition en fréquence suivant la variable  $\tau$  donnera sa fréquence spectrale. L'étude de sa composition en fréquence selon la variable  $t$  donnera sa fréquence cyclique  $\alpha$ . Cette dernière met en évidence les propriétés de cyclostationnarité du signal.

Dans [Capde95], les auteurs utilisent la corrélation spectrale pour détecter la présence d'un défaut localisé de type écaillage. La corrélation spectrale est définie par [Gardn90] :

$$C_s(f, \alpha) = E[S(f + \frac{\alpha}{2}) \cdot S^*(f - \frac{\alpha}{2})] \quad (49)$$

$S(f)$  est la transformée de Fourier du signal  $s(t)$ .

La corrélation spectrale est une mesure du degré de corrélation entre les différentes composantes fréquentielles du signal, ce qui a une interprétation physique directe dans le cas des signaux d'engrenages compte tenu de l'expression (23).

Il a été montré [Capde95], [Capde92a] que par l'analyse de la cyclostationnarité à l'ordre un, a tendance à diminuer les informations concernant les termes aléatoires présents dans le modèle mécanique, et susceptible de porter des informations concernant l'état vibratoire du réducteur. En revanche la corrélation spectrale permet de mettre en évidence la présence de ces phénomènes aléatoires, et leur étude permet de déceler l'apparition de défauts.

Le calcul de la corrélation spectrale donne une image difficilement exploitable, il est alors préférable d'analyser la projection sur l'axe des fréquences cycliques ou bien d'utiliser le spectre correspondant à une fréquence cyclique donnée.

La Figure 30a et la Figure 30b représentent la projection de la corrélation spectrale sur l'axe des fréquences cycliques. La Figure 30a correspond au cas du réducteur sans défaut, on trouve deux peignes des raies fréquentielles périodiques caractéristiques de la cyclostationnarité du signal, de périodes  $f_1$  et  $f_2$ , fréquences de rotation respectivement du pignon et de la roue. La Figure 30b correspond au réducteur dans le cas d'un défaut d'écaillage avancé, on ne retrouve plus que le peigne de raies associé au pignon sur lequel est présent le défaut.

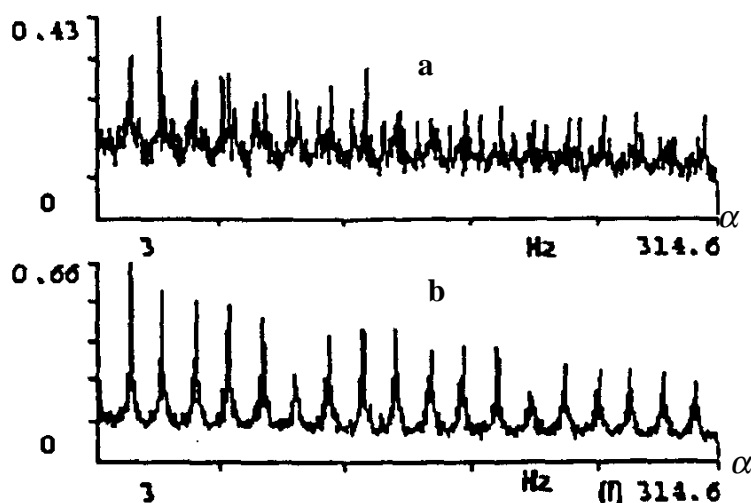


Figure 30 : Projection sur les fréquences cycliques

Le calcul de la corrélation spectrale nécessite l'utilisation de bon estimateur fréquentiel, on peut par exemple utiliser le périodogramme moyenné ou bien encore le périodogramme lissé. Un des avantages principaux de la corrélation spectrale est de pouvoir allier une bonne estimation spectrale sans altérer la résolution fréquentielle cyclique. En effet l'utilisation de fenêtre d'apodisation dans l'estimation spectrale n'influe en aucun cas sur la résolution fréquentielle de l'axe cyclique, elle influence seulement la résolution fréquentielle spectrale [Capde95].

L'utilisation des méthodes de cyclostationnarité pour faire du diagnostic sur les signaux de machines tournantes, n'a pas été suffisamment exploitée à ce jour et reste un sujet de recherche d'actualité [Capde98], [Bouil98].

## **II.G. Conclusion**

Le choix des méthodes d'analyse des signaux accélérométriques issus de machines tournantes est normalement conditionné par la nature de la machine, mais aussi par la nature du défaut à déceler dans le signal. Pour les réducteurs à engrenages, parmi toutes les méthodes qui ont été présentées, on aura pu constater que l'analyse cepstrale présente un très bon rapport performance sur complexité. C'est l'une des raisons qui a motivé l'étude que nous avons menée sur le cepstre d'énergie.

### **III. CHAPITRE 3 : Analyse cepstrale synchrone**

# **Analyse Cepstrale Synchrone**

### III.A. Introduction

Le cepstre d'énergie introduit par Bogert et al. en 1963 [Boger63] fût d'abord utilisé pour la détection ou la suppression d'échos [Child77], [Kim92] et pour résoudre certains problèmes de déconvolution [Lyon87], [Casin]. Dans le contexte du diagnostic des machines tournantes par analyse vibratoire (roulement à billes, réducteur à engrenage, moteur thermique ou électrique etc...), le cepstre a été utilisé car la présence de défauts donne lieu, dans les signaux accélérométriques, à des motifs récurrents (échos).

Dans ce qui suit, nous discutons des possibilités offertes par le cepstre d'énergie pour le diagnostic vibratoire des réducteurs, lorsque les signaux accélérométriques sont acquis sous échantillonnage angulaire (analyse cepstrale synchrone). Notre contribution à l'analyse cepstrale se place sur deux plans différents :

- 1) La détection précoce d'une roue développant un défaut (sans le localiser ni le reconnaître) : nous avons pu expliquer théoriquement l'évolution du cepstre d'énergie qu'il est possible de remarquer dans un certains nombres de travaux [Randa80a], [Capd92a] et [Fonta92], lors de l'apparition d'un défaut. Pour cela nous avons calculé le cepstre d'un modèle simplifié de structure de signaux issus d'engrènements multiples. Ce calcul nous a permis de mettre à jour un invariant, à partir duquel, nous avons défini un révélateur d'avarie, simple, sensible et robuste.
- 2) La localisation sur la roue incriminée et la reconnaissance d'un défaut de type écaillage ou piqure (pitting) : à partir de signaux obtenus par simulation, nous avons pu identifier l'excitation due au passage d'une dent sur le défaut, on montre que le cepstre d'énergie de cette excitation est négatif. Cela permet de localiser le défaut en suivant l'intégrale du cepstre d'une fenêtre glissante sur le signal.

Nous verrons plus loin que le cepstre d'énergie d'un signal contenant une périodicité exhibe un peigne de pics au pas de cette période et que par nature, il offre une résolution temporelle maximum : Cela signifie que si la période considérée correspond à un nombre entier d'échantillons, les pics du cepstre seront définis par un seul échantillon. Pour conserver cette propriété remarquable il est nécessaire que les périodicités présentes dans le signal à traiter soient rigoureusement constante. Cela n'est possible que si ce signal a été acquis sous échantillonnage angulaire, c'est à dire déclenché à partir des impulsions délivrées par un codeur optique solidaire de l'un des arbres du réducteur ausculté. Dans ce contexte nous parlerons alors d'*analyse cepstrale synchrone*. L'échantillonnage angulaire offre en plus la possibilité de réaliser des moyennes synchrones (annexe c), permettant ainsi d'isoler chacun des engrènements d'un réducteur complexe et d'obtenir une réduction de l'influence du bruit.

### III.B. Principe du cepstre d'énergie

Un signal initial  $s(k)$  superposé à sa version décalée de  $a$  échantillons devient un signal  $s_e(k)$ , s'exprimant par :

$$s_e(k) = s(k) + s(k-a) = s(k) * (\delta_0 + \delta_a) = s * e_a \quad (50)$$

où  $\delta_a$  est la distribution singulière de Dirac à l'abscisse  $a$  ;  $e_a$  est appelé le terme d'écho idéal, de retard  $a$ .

Pour retrouver le décalage  $a$ , Bogert proposait de calculer la densité spectrale de la quantité  $\text{Ln}|S_e(v)|$  où  $S_e(v) = \text{TF}[s_e(t)]$ . En effet :

$$\text{Ln}|S_e(v)| = \text{Ln}|S(v)| + \text{Ln}|1 + \exp(-2i\pi va)| \quad (51)$$

Cette quantité comporte une contribution oscillatoire, additive, périodique, de fréquence  $a$  en la variable  $v$  (comme  $v$  est déjà une fréquence, Bogert proposait de désigner  $a$  par l'anagramme de fréquence c'est à dire quéfrency). Il est important de remarquer que si  $a$  correspond à un nombre entier d'échantillons, cette contribution est réelle, paire, périodique et elle possède un nombre entier de périodes sur le support unité, ce qui la soustrait totalement aux effets de bords. L'estimation spectrale simple sans fenêtre est donc suffisante pour générer un jeu de pics espacés de  $a$  échantillons, correspondant au fondamental et aux harmoniques de cette oscillation, chaque pic étant défini sur un échantillon uniquement, si  $a$  est un nombre entier d'échantillons. La procédure de Bogert revient à prendre le spectre d'un spectre, c'est la raison pour laquelle il l'a nommé par l'anagramme de spectre c'est à dire cepstre. Son expression originelle est :

$$\tilde{s}_e = |\text{TF}[\text{Ln}|S_e(v)|]|^2 \quad (52)$$

Ce concept fut généralisé plus tard par Oppenheim [Oppen65], [Oppen89] en introduisant le cepstre complexe défini par :

$$\hat{s} = \text{TF}^{-1}[\text{Lnc}(S(v))] \quad (53)$$

où  $\text{Lnc}$  est le logarithme complexe défini par :  $\text{Lnc}(S) = \text{Ln}|S| + i \cdot \arg(S)$ ,  $\arg(S)$  étant la version « déballée » de l'argument de  $S(v)$ . Le cepstre complexe représente une opération réversible dont l'intérêt est par exemple de débarrasser un signal de son écho [Ballu79], [Kim92].

Aujourd'hui la définition du cepstre d'énergie est homogène à celle du cepstre complexe :

$$\tilde{s} = \text{TF}^{-1}[\text{Ln}|S(v)|] \quad (54)$$



On remarque que le cepstre transforme le produit de convolution en addition. En effet, si  $z=x*y$ , alors  $\tilde{z} = \tilde{x} + \tilde{y}$ .

Si  $s$  est un signal à phase minimale et uniforme, alors il est relié au cepstre complexe par l'expression [Fourn92] :

$$\hat{s} = 2h \cdot \tilde{s} \quad (55)$$

où  $h$  est la fonction de Heaviside avec  $h(0)=1/2$

### III.B.1. Cepstre de l'écho simple et de l'écho multiple

#### III.B.1.a. Cas de l'écho simple

Soit  $e_{a,\alpha}$  le terme d'écho de retard  $a$  et de gain  $\alpha$  :  $e_{a,\alpha} = \delta_0 + \alpha \cdot \delta_a$ . Son cepstre complexe est :

$$\hat{e}_{a,\alpha} = TF^{-1}[Lnc(1 + \alpha \cdot \exp(-2i\pi va))] \quad (56)$$

Si  $\alpha \leq 1$ , ce qui est généralement le cas, on peut utiliser un développement du logarithme, alors :

$$\hat{e}_{a,\alpha} = TF^{-1}\left[\sum_{n \in \mathbb{N}^*} \frac{(-1)^{n-1}}{n} \cdot \alpha^n \cdot e^{-2i\pi v a n}\right] = \sum_{n \in \mathbb{N}^*} \frac{(-1)^{n-1}}{n} \cdot \alpha^n \cdot \delta_{na} \quad (57)$$

De plus, nous nous trouvons dans le cas d'application de la relation (55), et comme, d'après sa définition, le cepstre d'énergie est pair,

$$\tilde{e}_{a,\alpha} = \sum_{n \in \mathbb{Z}^*} \frac{(-1)^{n-1}}{2|n|} \cdot \alpha^n \cdot \delta_{na} \quad (58)$$

Dans le cas où il existe une distribution  $g$  des décalages autour du décalage moyen  $a$ , le terme d'écho s'écrit :

$$e_{a,g} = \delta_0 + g * \delta_a \quad (59)$$

L'expression de son cepstre est alors donnée par [Fourn92] :

$$\tilde{e}_{a,g} = \sum_{n \in \mathbb{Z}} \frac{(-1)^{n-1}}{2|n|} \cdot g^{*n} * \delta_{na} \quad (60)$$

où  $g^{*n}$  désigne le produit de convolution de  $g$   $n$ -fois par lui même. La Figure 31b, représente le cepstre d'énergie d'un écho simple de décalage  $a=10$  (Figure 31a), on retrouve le jeu de pic alterné positif négatif, décroissant, espacé de 10 échantillons. La Figure 32b

représente le cepstre d'énergie d'un écho distribué selon une porte de taille 10 échantillons, dont le centre est décalé de 25.5 échantillons, on retrouve bien les motifs dus à la convolution de la porte par elle même  $n$  fois, espacés de 25.5 échantillons.

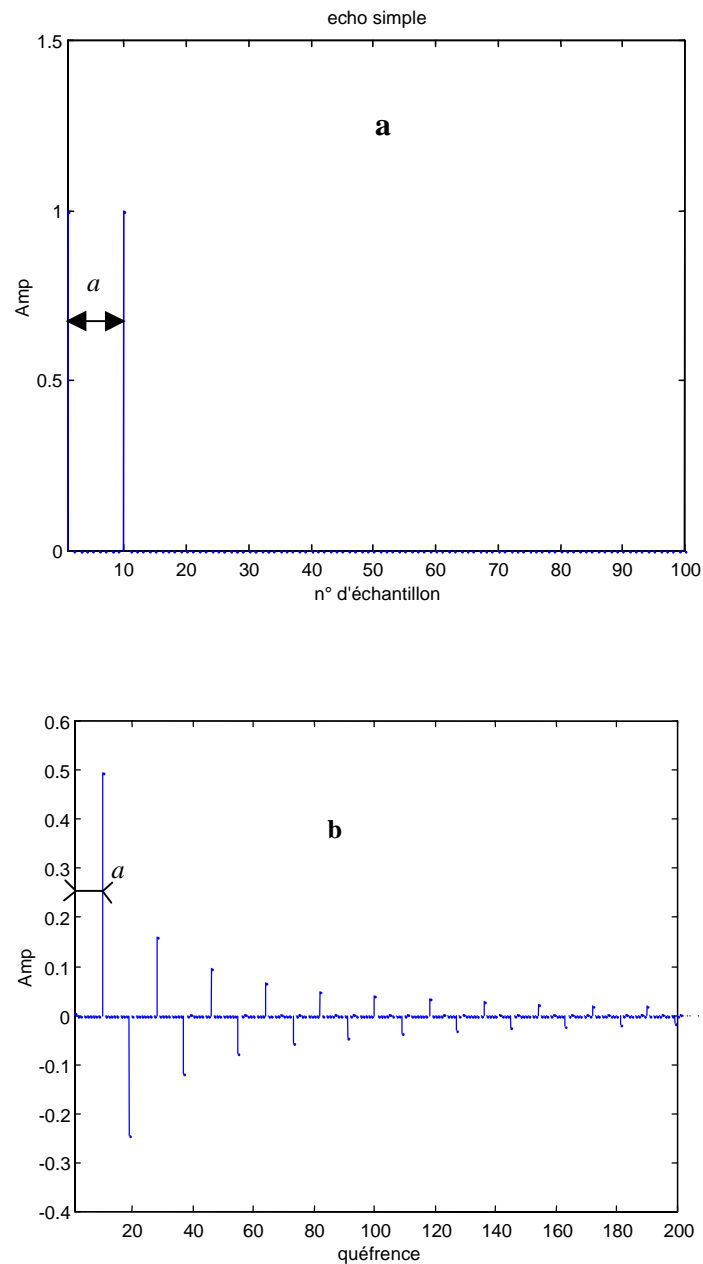


Figure 31 : a) terme d'écho idéal de décalage 9 ; b) 200 premiers points du cepstre de l'écho idéal, calculé sur 1024 points.

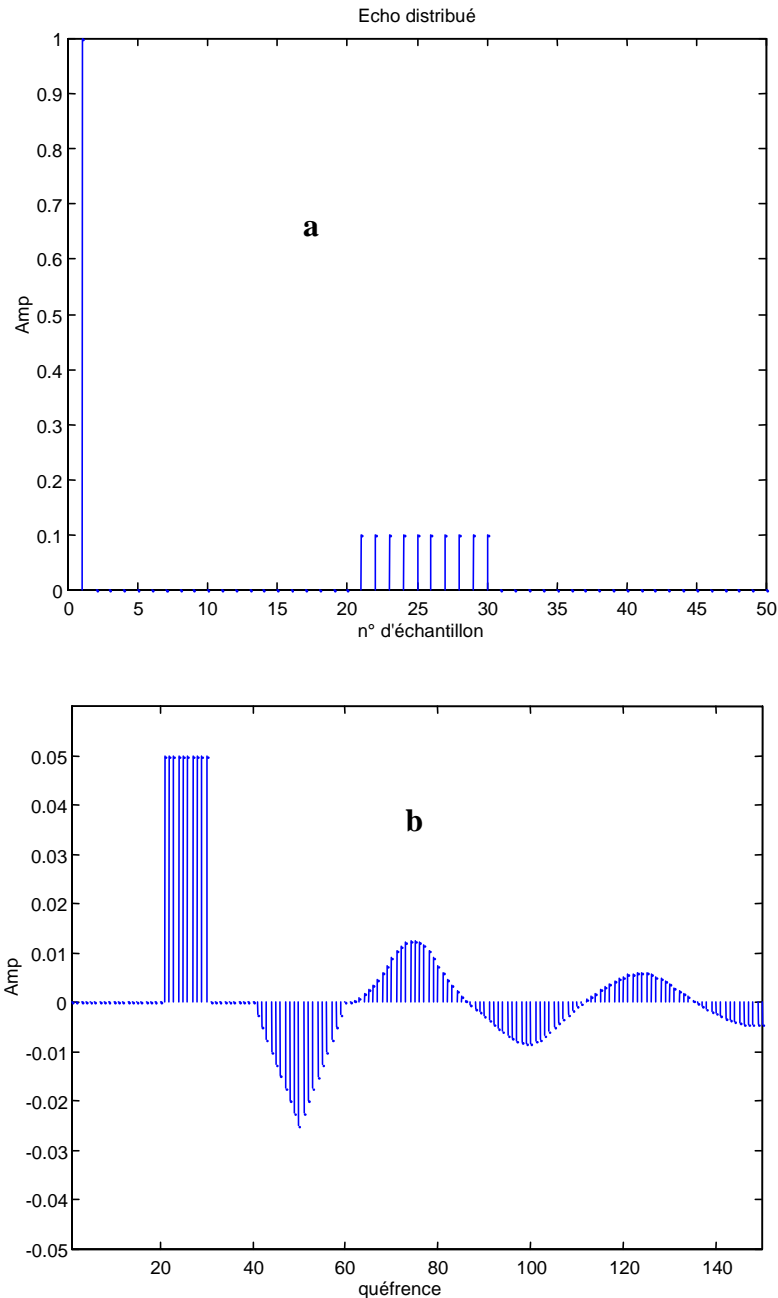


Figure 32 : a) : terme d'écho distribué selon une porte de 10 échantillons centrée sur 25.5 ; b) 150 premiers points du cepstre de l'écho distribué, calculé sur 1024 points.

Ces résultats montrent également que le cepstre d'énergie d'un signal causal de durée finie est un signal pair de durée infinie. En conséquence le traitement numérique du cepstre sera toujours soumis au phénomène du repliement. Fort heureusement, et sauf cas très particuliers (voir plus loin), le cepstre est fortement décroissant à partir de l'origine (dépendance en  $1/n$ ).

### III.B.1.b. Cas de l'écho multiple

On a vu précédemment la sensibilité du cepstre d'énergie à un écho simple. Si on se place dans le cas concret du diagnostic vibratoire, l'apparition d'un défaut dans un engrenage

se manifeste dans le signal temporel par la présence de motifs récurrents et périodiques. Cette récurrence peut être vue au niveau du signal comme la présence d'une multitude d'échos que l'on appellera échos multiples [Elbad97a], [Elbad97b].

Dans ce qui suit, nous présentons le calcul du cepstre d'énergie d'un écho multiple. Cet écho multiple sera modélisé par un peigne de  $N$  distributions de Dirac à la période  $a$ . Ce peigne, noté  $em_a$ , s'écrira donc :

$$em_a = \sum_{n=0}^{N-1} \delta_{na} = (\delta_0 - \delta_{Na}) * h_a = e_{Na,-1} * h_a \quad (61)$$

où  $h_a$  désigne l'échelon numérique échantillonné à la période  $a$ , donc de Transformée de Fourier  $H_a(v) = \frac{1}{1 - e^{-2i\pi va}}$ . En conséquence le cepstre d'énergie du terme d'écho multiple s'écrira :

$$\tilde{em}_a = \tilde{e}_{Na,-1} - TF^{-1}[Ln|1 - e^{-2i\pi va}|] = \tilde{e}_{Na,-1} - \tilde{e}_{a,-1} \quad (62)$$

ce qui donne en vertu de l'équation (58) :

$$\tilde{em}_a = - \sum_{n \in \mathbb{Z}^+} \frac{1}{2|n|} \delta_{nNa} + \sum_{n \in \mathbb{Z}^+} \frac{1}{2|n|} \delta_{na} \quad (63)$$

La Figure 33b montre un exemple de cepstre d'écho multiple où  $a$  et  $Na$  sont volontairement faibles devant la taille  $Ns$  utilisée pour les calculs, de manière à minimiser le repliement. Il ressort que ce cepstre est composé de deux jeux de pics : un jeu positif décroissant de période  $a$  et un jeu négatif décroissant de période  $Na$ .

Dans notre cas où la taille utilisée pour les calculs (taille du signal traité) est comprise entre  $Na$  et  $(N+1)a$ , il y a  $N$  périodes entières dans le signal. Le repliement sera donc très important : Le premier pic négatif se retrouvera en  $N'=(N+1)a-Ns$ , le deuxième en  $2N'$  etc.. Ainsi, le cepstre d'énergie du terme d'écho multiple de période  $a$  et de taille maximum exhibera en première approximation un jeu de pics positif de période  $a$  et un jeu de pics négatifs de période  $N'$  Figure 34b.

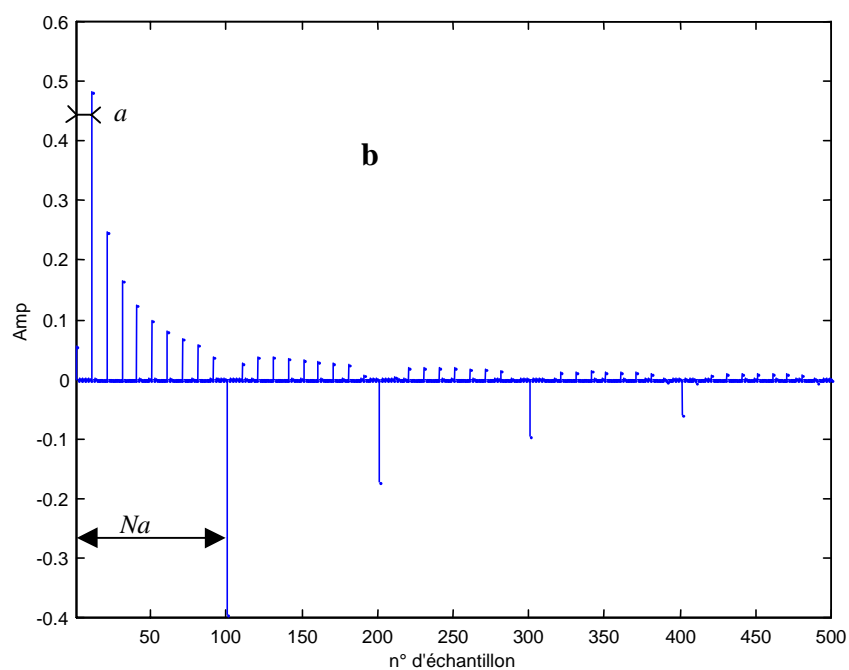
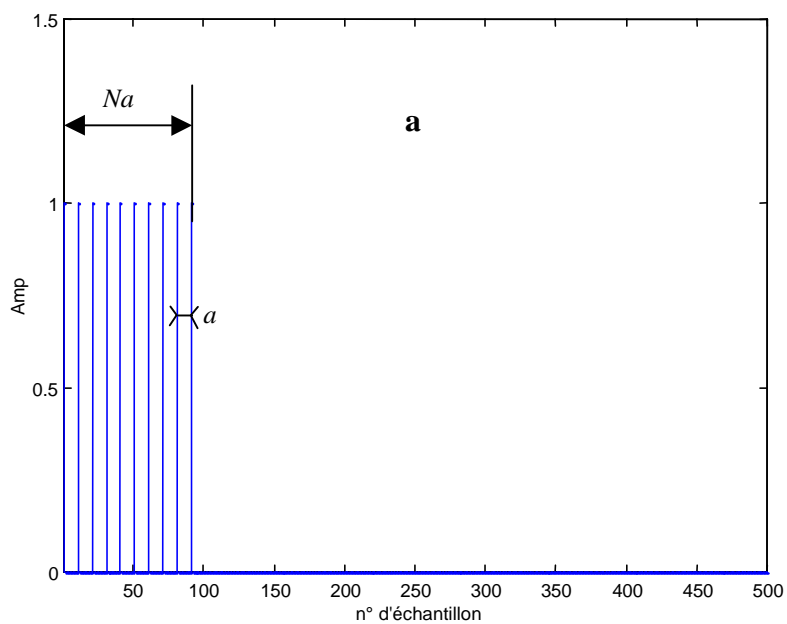


Figure 33 : a) écho multiple de période 10 échantillons ; b) 500 premiers points du cepstre d'énergie calculé sur 2048 échantillons.

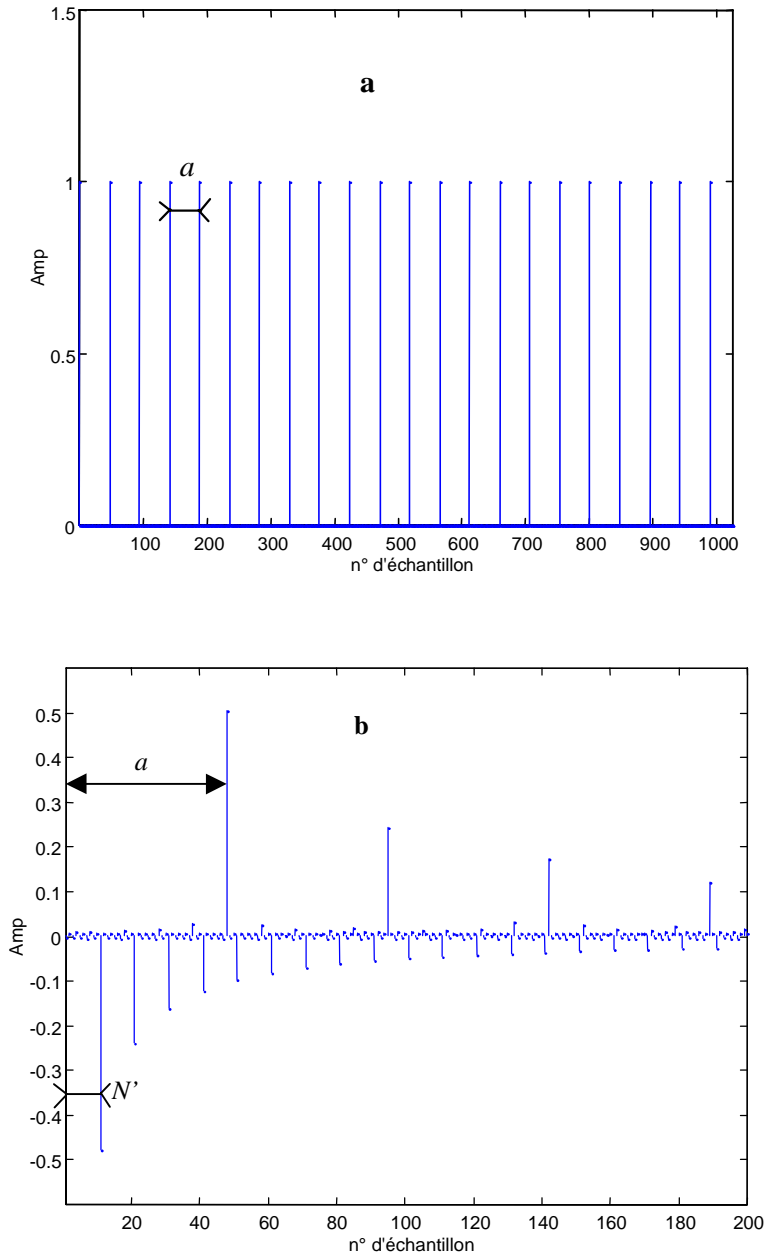


Figure 34 : a) écho multiple de période 47 échantillons, de taille 1024 ; b) 200 premiers points du cepstre d'énergie.

Dans le cas particulier où la taille du peigne est égale à la taille du signal ( $N_s = N_a$ ),  $em_a$  devient un peigne de durée infinie, c'est à dire la distribution  $cha$  de pas  $a$  que l'on notera  $pgn_a$ . Comme sa transformée de fourier est le  $cha$  fréquentiel, son cepstre d'énergie n'existe pas puisqu'il dépend du logarithme d'une quantité nulle sur un support de mesure non nulle, à moins que ce peigne soit accompagné d'une autre composante, que nous supposons blanche pour simplifier (impulsion ou bruit blanc). Si on note  $pgn_{a,b}$  le  $cha$  additionné d'une composante blanche  $b$  de transformée de Fourier  $B(v)$ , alors un rapide calcul conduit à :

$$TF[pgn_{a,b}(t)] = \frac{1}{a} \cdot PGN_{\frac{1}{a}}(v) + B(v) \quad (64)$$

Pour le cepstre d'énergie on calcule le logarithme de l'expression (64), on trouve alors :

$$\ln \left| \frac{1}{a} PGN_{\frac{1}{a}}(v) + B(v) \right| = \ln |B(v)| + \ln \left| 1 + \frac{1}{a \cdot B(v)} \right| \cdot PGN_{\frac{1}{a}}(v) \quad (65)$$

on en déduit donc :

$$\tilde{pgn}_{a,b}(t) = \ln |B(v)| \cdot \delta_0 + a \cdot \ln \left| 1 + \frac{1}{aB(v)} \right| \cdot pgn_a(t) \quad (66)$$

Dans le contexte numérique, ce résultat dépend en fait étroitement de la taille  $N_s$  du signal, car dans le domaine fréquentiel l'impulsion de dirac est un échantillon de hauteur  $N_s$ . Il faut donc remplacer  $\frac{1}{a}$  par  $\frac{N_s}{a}$  (sauf en indice), c'est à dire utiliser la formule :

$$\tilde{pgn}_{a,b}(t) = \ln |B(v)| \cdot \delta_0 + \frac{a}{N_s} \cdot \ln \left| 1 + \frac{N_s}{aB(v)} \right| \cdot pgn_a(t) \quad (67)$$

Dans le cas où  $b$  est un bruit blanc gaussien d'écart type  $\sigma_b$ , et pour  $\frac{N_s}{aB(v)} \gg 1$  ( $N_s/a$  est toujours supérieur à 1). On a :

$$\tilde{pgn}_{a,b}(t) = \ln |B(v)| \cdot \delta_0 + \frac{a}{N_s} \cdot \left[ \ln \left( \frac{N_s}{a} \right) - \ln |B(v)| \right] \cdot pgn_a(t)$$

$|B(v)|$  suit une loi de rayleigh et son espérance mathématique vaut :  $E[|B(v)|] = \frac{\sigma_b}{2} \sqrt{\pi \cdot N_s}$ .

On en déduit un estimateur (voir annexe a) pour  $\ln|B(v)|$  :

$$E[\ln|B(v)|] = \frac{\ln(N_s \sigma_b^2) - \gamma}{2}$$

avec  $\gamma=0.577215$  constante d'Euler.

On aura alors, dans le cas d'un bruit blanc gaussien :

$$pgn_{a,b}^{\sim}(t) = \frac{\ln(N_s \sigma_b^2) - \gamma}{2} \cdot \delta_0 + \frac{a}{N_s} \cdot \left[ \ln\left(\frac{N_s}{a}\right) - \frac{\ln(N_s \sigma_b^2) - \gamma}{2} \right] \cdot pgn_a(t) \quad (67b)$$

La Figure 35 montre l'exemple d'un cepstre d'énergie calculé numériquement et estimé sur 100 réalisation du bruit additif, dans le cas particulier où  $N_s=N.a=500$  avec  $a=50$ . Le bruit blanc gaussien additionnel et d'écart type  $\sigma_b=0.01$ . On vérifie que ce cepstre est composé d'un peigne de Diracs au pas  $a$ , d'amplitude constante égale à 0.407 (valeur théorique : 0.409) et d'un pic à l'origine ( $t=0$ ) d'amplitude  $-1.371$  (valeur théorique  $-1.378$ ). L'amplitude du peigne dépend de la période  $a$  et de la taille du signal, de ce fait, ce cas particulier est à éviter dans le contexte du diagnostic, qui nous le verrons plus loin est basé sur certaine propriété d'invariance de l'amplitude des peignes du cepstre.

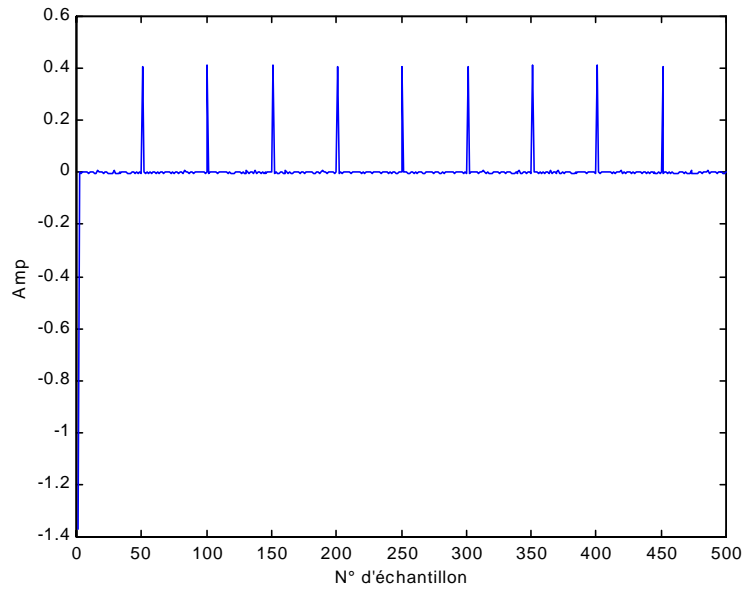


Figure 35 : Cepstre d'énergie d'un peigne de dirac de taille  $N_s=500$ , de période  $a=50$  additionné à un bruit blanc gaussien d'écart type  $\sigma_b=0.01$ .



### III.C. Cepstre d'énergie d'un modèle de structure de signaux d'engrènements

Les calculs présentés ici ont pour but d'expliquer théoriquement l'allure et l'évolution du cepstre d'énergie d'un signal accélérométrique prélevé sur un réducteur développant un défaut. Les faits qui suivent peuvent être constatés dans : [Capde92b], [Randa80a] et [Fonta92].

- 1- Le cepstre comporte autant de peignes de pics positifs décroissants qu'il y a d'organes tournants dans le système. Ces peignes sont au pas de chacune des périodes de rotation.
- 2- L'existence d'un peignes de pics est exclusivement due à la présence d'une périodicité dans le signal.
- 3- L'amplitude d'un peigne augmente lorsque l'énergie émise par l'organe correspondant augmente, par exemple dans le cas où l'organe développe un défaut.
- 4- La somme des premiers pics de chaque peigne est constante, de ce fait lorsque l'amplitude d'un peigne augmente c'est au détriment des autres.

Compte tenu des remarques précédentes, la structure des signaux sera modélisée en utilisant les deux hypothèses suivantes :

- Le signal émis par un système complexe d'engrenages est la somme des signaux émis par chacun des organes tournants.
- Le signal émis par un organe tournant est périodique à la période de rotation de cet organe.

Dans l'absolu, la deuxième hypothèse est fautive car une dent d'une roue quelconque ne se retrouvera pas, à chaque période de rotation, en contact avec les mêmes zones de matière des voisins. Cependant, elle tend à être vraie dans le cas limite où les roues présentent des défauts ponctuels : par exemple un défaut sur une dent, avec une parfaite homogénéité ailleurs sur les autres dents. C'est précisément ce type de défauts (générant des signaux large bande) que peut mettre en évidence l'analyse cepstrale.

Dans le cas d'un seul engrènement, ce modèle de structure n'est pas en contradiction avec le modèle proposé par Capdessus [Capde92b] qui s'appuie sur les travaux de Mark [Mark78]. Il a l'avantage par rapport à celui-ci, de permettre le calcul théorique du cepstre d'énergie. Cette modélisation sera justifiée à posteriori par une bonne concordance théorie expérience.

Nous exprimons donc le signal émis par un réducteur comportant  $M$  organes tournants par :

$$s(t) = \sum_{k=1}^M p_k(t) * em_{a_k} + b(t) \quad (67c)$$

Où  $p_k(t)$  est le signal émis pendant la période  $a_k$  de l'organe tournant  $k$  et  $em_{a_k}$  est un peigne d'écho multiple de période  $a_k$ .

$N_k$  est tel que la durée du signal  $N_s$  est comprise entre  $N_k a_k$  et  $(N_k + 1) a_k$ .

$b(t)$  est un bruit indépendant des  $p_k(t)$ .

A partir des signaux synthétisés selon l'équation (67c), il est possible de vérifier que les comportements 3- et 4- évoqués plus haut sont en bonne approximation indépendant de la nature des signaux  $p_k(t)$  et ne sont donc liés qu'à leur répétitivité et leur énergie. Pour cela nous avons calculé le cepstre d'énergie d'un signal non bruité de taille 1024, comportant les périodicités 20 et 63, c'est à dire de la forme :  $s=p_{20}*em_{20}+p_{63}*em_{63}$ . Nous avons fait varier le rapport des énergies des deux contributions et ce pour trois types différents de signaux :  $p_{20}$  et  $p_{63}$  sont soit des diracs, soit des bruits blancs, soit une exponentielle et une sinusoïde amortie. La figure 1 représente : en a) la hauteur relative du pic à la période 20 du cepstre de  $s$  et en b) la somme des premiers pics des deux peignes, le tout en fonction de la racine carré de l'énergie relative c'est à dire de :  $\sqrt{E(p_{20})}/(\sqrt{E(p_{20})} + \sqrt{E(p_{63})})$ .

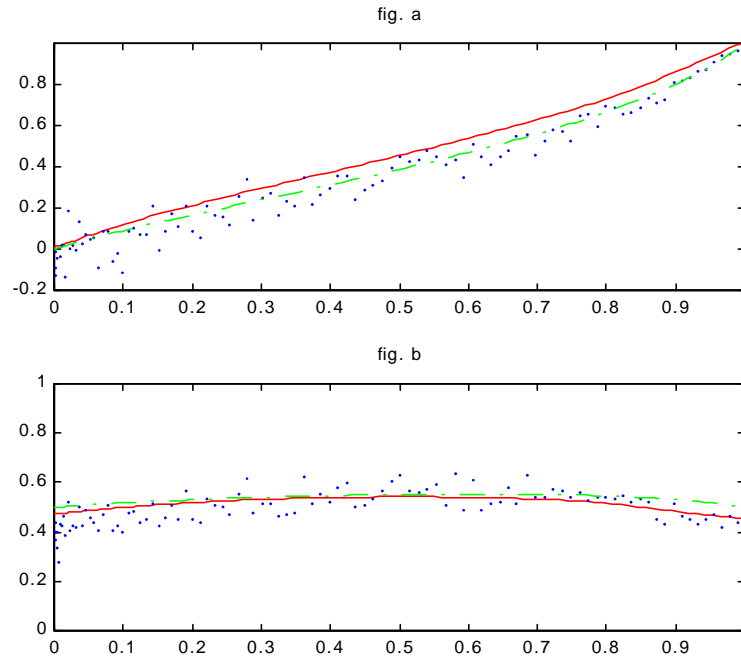


Figure 36 : A partir du cepstre d'un signal non bruité de taille 1024 et comportant les périodicité 20 et 63 et en fonction de la racine carré de l'énergie relative du signal  $p_{20}$ , en a) : la hauteur du pic à la période 20 ; en b) : la somme des pics aux périodes 20 et 63. En trait plein :  $p_{20}$  est une exponentielle et  $p_{63}$  une sinusoïde amortie. En trait pointillé  $p_{20}$  et  $p_{63}$  sont des diracs. En points :  $p_{20}$  et  $p_{63}$  sont deux réalisations différentes de bruits blancs gaussiens.

On peut en effet constater que les caractères du cepstre, utilisés en diagnostic sont relativement bien indépendant de la nature des signaux. On remarque que l'amplitude du pic à une période donnée est pratiquement proportionnelle à la racine carré de l'énergie émise par l'organe tournant correspondant pendant cette période et que la somme des pics pour différentes périodes est constante, égale à 0.5.

### III.C.1. Cepstre d'énergie de signaux d'engrèvements non bruités

Le modèle de structure de ces signaux est alors exprimé par :

$$s(t) = \sum_{k=1}^M p_k(t) * em_{a_k} \quad (68)$$

où  $em_{a_k}$  est le terme d'écho multiple de période  $a_k$  et  $p_k(t)$  est un bruit blanc gaussien centré d'écart type  $\sigma_k$ .

Le comportement des peignes du cepstre étant en bonne approximation indépendant de la nature des signaux, les calculs qui suivent seront simplifiés en utilisant à la place de  $p_k(t)$ , des diracs d'amplitude  $p_k$ , de transformées de Fourier constantes  $P_k$ . Cela revient également à supposer que si les  $p_k(t)$  sont des bruits blancs, leurs transformées de Fourier sont constantes telles que :  $P_k = E[P_k(v)]$

L'amplitude du signal n'affecte que la valeur à l'origine du cepstre, cette valeur ne présentant aucun intérêt pour le diagnostic, nous supposons pour alléger l'écriture que cette amplitude est telle que :

$$\sum_{k=1}^M P_k = 1 \quad (69)$$

Pour un signal de taille  $N_s$  remarquons que l'expression de  $s(t)$  est incomplète, il y manque en effet les  $M$  périodes partielles complétant le signal de  $N_k a_k$  à  $N_s$ . Nous allons montrer que la présence ou non de ces périodes partielles n'affectent pas la partie positive des peignes (partie utilisée pour le diagnostic). En effet, pour simplifier, si on se place dans le cas d'un seul organe tournant, le signal complet s'écrit :  $x(t) = p_1(t) * \sum_{n=0}^{N-1} \delta_{na} + p_2(t) * \sum_{n=0}^N \delta_{na}$  où  $p_2(t)$  correspond au signal présent dans la dernière période partielle et où  $p_1(t)$  correspond au complément à la période entière. Sa transformée de Fourier  $X(v)$  a pour expression :  $X(v) = \frac{1 - P_1 e^{-2\pi i v N a} - P_2 e^{-2\pi i v (N+1)a}}{1 - e^{-2\pi i v a}}$ . Le dénominateur est responsable dans le cepstre du

peigne positif décroissant au pas  $a$ . Le numérateur est considéré comme étant la transformée de Fourier d'un écho distribué sur deux échantillons négatifs de hauteurs  $P_1$  à l'abscisse  $Na$  et  $P_2$  à l'abscisse  $(N+1)a$ . Cette distribution est responsable dans le cepstre de pics négatifs d'abscisse différent de  $na$  pour  $n < N$ , elle n'altère donc pas le peigne positif.

Revenons au cas du signal d'engrènement multiple non bruité modélisé par l'expression (68), sa transformée de Fourier s'écrit :

$$S(v) = \sum_{k=1}^M \frac{1 - e^{-2\pi i v N_k a_k}}{1 - e^{-2\pi i v a_k}} \cdot P_k(v)$$

on a alors :

$$S(v) = \frac{\sum_{k=1}^M [P_k \cdot (1 - e^{-2\pi i v N_k a_k}) \cdot \prod_{j \neq k} (1 - e^{-2\pi i v a_j})]}{\prod_{j=1}^M (1 - e^{-2\pi i v a_j})} \quad (70)$$

Le numérateur est de la forme  $1 + \sum_j c_j e^{-2\pi i v d_j}$  avec  $\sum_j c_j = -1$  (voir annexe b), expression qui correspond à la TF de  $\delta_0 + \sum_j c_j \delta_{d_j} = \delta_0 + d$ , c'est donc un terme d'écho distribué selon  $d$  de gain  $-1$ , alors :

$$S(v) = \frac{TF[e_d]}{\prod_{j=1}^M TF[e_{aj,-1}]} \quad (71)$$

Le cepstre d'énergie s'écrira :

$$\tilde{s} = \sum_{k=1}^M \left[ \sum_{n \in \mathbb{Z}^*} \frac{1}{2 \cdot |n|} \cdot \delta_{na_k} \right] - \sum_{n \in \mathbb{Z}^*} \frac{1}{2|n|} \cdot d^{*n} \quad (72)$$

Le premier terme de cette expression montre qu'il existe dans  $\tilde{s}$ ,  $M$  peignes positifs décroissants au pas  $a_k$ . Nous focalisons maintenant sur les  $M$  peignes décroissant au pas  $a_k$  caractéristiques de chaque organe tournant. En conséquence nous n'examinons de l'expression  $d^{*n}$  que les termes d'abscisses  $na_k$ , c'est à dire les seuls capables d'altérer les peignes précédents, c'est à dire de ne retenir de  $d$ , que les termes d'abscisse  $a_k$ . La TF de ces termes se trouvent au numérateur, noté  $Num$ , de l'équation (70) dans lequel on élimine le terme  $e^{-2\pi i v N_k a_k}$  :

$$\begin{aligned} Num &= \sum_k \left[ P_k \cdot \prod_{n \neq k} (1 - e^{-2\pi i v a_n}) \right] + \dots \\ &= \sum_k \left[ P_k \cdot \left( 1 - \sum_{n \neq k} e^{-2\pi i v a_n} \right) \right] + \dots \\ &= 1 - \sum_k \left[ P_k \sum_{n \neq k} e^{-2\pi i v a_n} \right] + \dots \\ &= 1 - \sum_k \left[ \sum_{n \neq k} (P_n) e^{-2\pi i v a_k} \right] + \dots \\ &= 1 - \sum_k \left[ (1 - P_k) \cdot e^{-2\pi i v a_k} \right] + \dots \end{aligned}$$

c'est à dire :

$$S(v) = \frac{1 - \sum_{k=1}^M [(1 - P_k) \cdot e^{-2\pi i v a_k}] + \dots}{\prod_{j=1}^M (1 - e^{-2\pi i v a_j})} \quad (73)$$

le cepstre du signal s'écrira :

$$\tilde{s} = \sum_{k=1}^M \left[ \sum_{n \in \mathbb{Z}^*} \frac{1}{2 \cdot |n|} \cdot \delta_{na_k} - \sum_{n \in \mathbb{Z}^*} \frac{(1 - P_k)^n}{2 \cdot |n|} \cdot \delta_{na_k} \right] + \dots \quad (74)$$

La partie explicitée de ce résultat est la partie exploitable  $\tilde{s}_e$  de  $\tilde{s}$ , car les autres termes occupent des positions combinaisons linéaires des  $a_k$ , qui pour la plupart correspondent à des

retards supérieurs à la taille du signal et généreront alors des pics repliés. Cette partie exploitable  $\tilde{s}_e$  est donnée par :

$$\tilde{s}_e = \sum_{k=1}^M \left[ \sum_{n \in \mathbb{Z}^*} \frac{1 - (1 - P_k)^n}{2|n|} \cdot \delta_{na_k} \right] \quad (75)$$

On y retrouve  $M$  peignes positifs décroissants au pas  $a_k$  caractéristiques de chaque organe en rotation.

Pour illustrer ces résultats, nous calculons les cepstres d'énergie d'un signal simulé sur la base de l'équation (68), avec  $M=2$ . On remplace  $P_k$  par l'espérance mathématique du module de la TF de  $p_k(t)$ , alors compte tenu de la condition (69), cela revient à écrire :

$$P_k = \frac{\sigma_k \sqrt{a_k}}{\sum_{i=1}^M \sigma_i \sqrt{a_i}} \quad (76)$$

On constate que l'équation (75) reproduit bien la partie exploitable du cepstre, comme en témoigne la Figure 37 qui exhibe les 30000 premiers points du cepstre d'énergie calculé sur un signal contenant les deux périodicités 512 et 1613,  $p_1$  et  $p_2$  étant d'écart type unité. Les « O » indiquent la position théorique des sommets des pics cepstraux selon l'équation (75). On retrouve bien les deux peignes de diracs positifs décroissants périodiques de périodes respectives 512 et 1613 pts. On constate aussi que la concordance théorie simulation est moins bonne en basses qu'éfrenes qu'en hautes qu'éfrenes puisque la variance du bruit cepstral est plus importante. La Figure 38 représente la même chose que précédemment mais avec  $M=3$  et  $p_3=8736$  pts, on peut constater que le respect de l'équation (75) est moins bon. De nombreuses autres simulations nous ont montré que l'accord simulation-théorie est d'autant moins bon que  $M$  est grand.

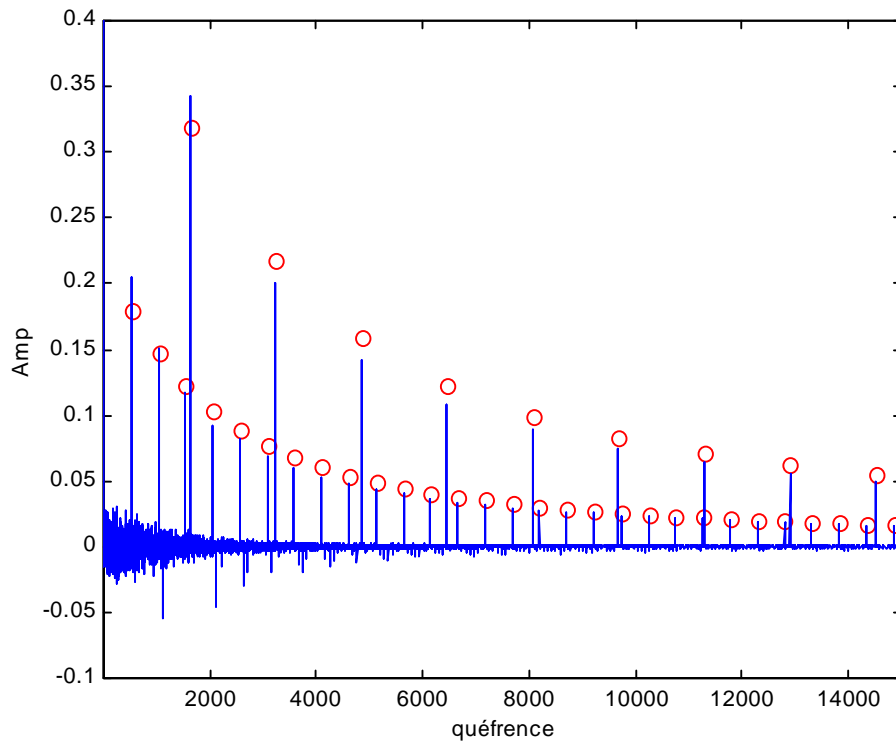


Figure 37 : Cepstre d'énergie d'un signal construit selon l'équation (68), avec  $M=2$ . Les « O » représentent les positions théoriques des sommets des pics cepstraux.

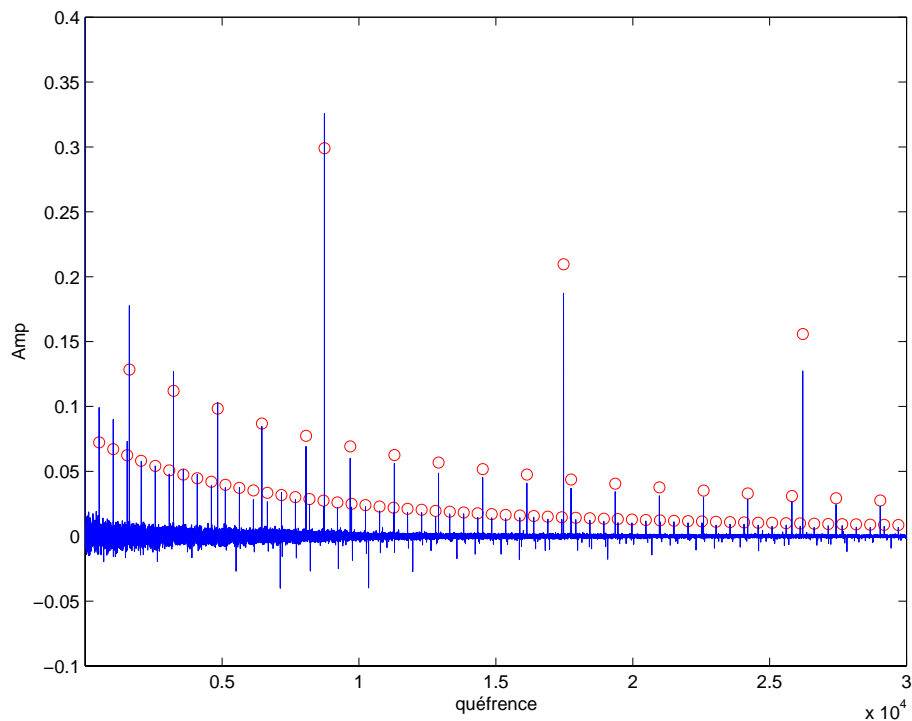


Figure 38 : Cepstre d'énergie d'un signal construit selon l'équation (68), avec  $M=3$ . Les « O » représentent les positions théoriques des sommets des pics cepstraux.

Le premier pic de chaque peigne a pour amplitude :  $A_k = \frac{P_k}{2}$ , cette amplitude est proportionnelle à la racine carrée de l'énergie émise pendant une période  $a_k$  par l'organe tournant  $k$ . On remarque que la somme des  $M$  premiers pics définie par :  $spp = \sum_{k=1}^M A_k$ , a pour valeur 0.5. Ce résultat remarquable sera utilisé pour faire du diagnostic : lorsqu'un organe tournant à la période  $a_i$  développe un défaut, l'énergie qu'il émet augmente, donc le pic cepstral d'abscisse  $a_i$  augmente au détriment des pics d'abscisse  $a_{k \neq i}$ .

### III.C.2. Cepstre d'énergie de signaux d'engrèvements bruités

Le calcul exact du cepstre d'énergie d'un signal additionné d'un bruit est complexe et non complètement résolu [Hassa76], [Ballu79]. Nous esquissons ici le calcul du cepstre d'énergie d'une combinaison linéaire d'échos multiples en présence de bruit. Ce calcul a pour objectif d'expliquer l'évolution de la somme des premiers pics  $spp$  en fonction du rapport signal à bruit.

Le signal est alors exprimé par :

$$s(t) = \sum_{k=1}^M p_k(t) * em_{a_k} + b(t) \quad (77)$$

où  $b(t)$  est un bruit blanc statistiquement indépendant de  $p_k$ . En reprenant l'équation (73) on peut écrire que sa transformée de Fourier a pour expression :

$$S(v) = \frac{1 - \sum_{k=1}^M [(1 - P_k) \cdot e^{-2\pi i v a_k}] + \dots}{\prod_{j=1}^M (1 - e^{-2\pi i v a_j})} + B(v) \quad (78)$$

Si  $b(t)$  est blanc et d'espérance mathématique du module de la TF constante  $B$  un calcul semblable au précédent montre que la partie exploitable du cepstre est donnée par :

$$\tilde{s}_e = \sum_{k=1}^M \left[ \sum_{n \in \mathbb{Z}^*} \frac{1 - \left( \frac{1 - P_k + B}{1 + B} \right)^n}{2 \cdot |n|} \cdot \delta_{na_k} \right] \quad (79)$$

Le bruit a pour effet de diminuer l'amplitude des peignes et en particulier les premiers pics de chacun d'eux [Elabad98], qui ont pour amplitude  $A_k = \frac{P_k}{2(1+B)}$  et leur somme vaut :

$$spp = \frac{0.5}{1+B} \quad (80)$$

Elle ne dépend donc que du rapport signal à bruit. Pour illustrer ces résultats, nous calculons les cepstres d'énergie d'un signal simulé sur la base de l'équation (77), avec  $M=2$  et  $M=3$ . De plus si  $b(t)$  est un bruit blanc gaussien d'écart type  $\sigma_b$  et de taille  $N_s$ , en estimant  $B$  comme les  $P_k$  on prendra :

$$B = \frac{\sigma_b \sqrt{N_s}}{\sum_{i=1}^M \sigma_k \sqrt{a_k}} \quad (81)$$

La Figure 39 représente l'évolution de la somme des premiers pics cepstraux d'un signal construit selon l'équation (77), dont les périodes  $a_k$  sont égales à 512 et 1613, en fonction des rapports des écarts types bruit à signal. On constate que les valeurs théoriques suivent la tendance des valeurs obtenues par simulation.

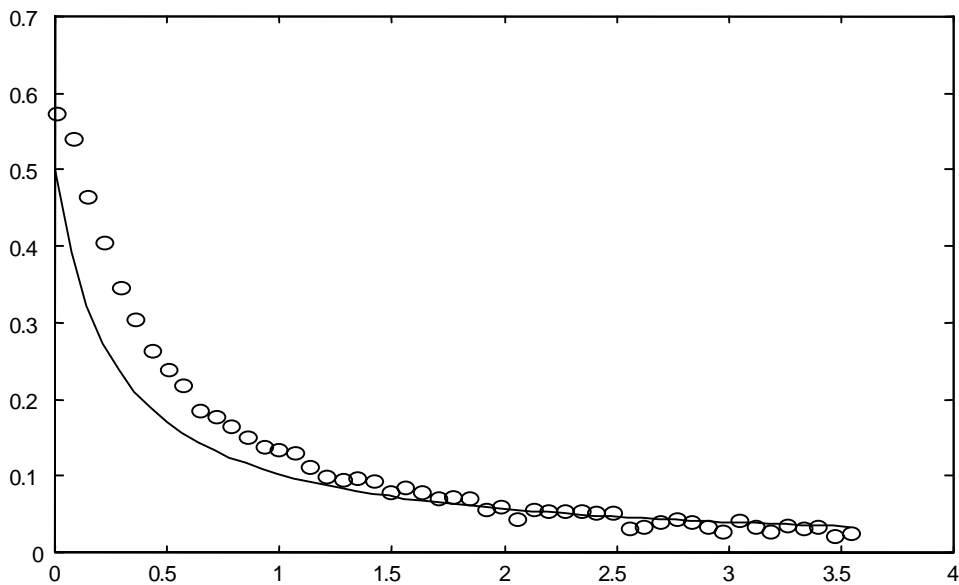


Figure 39 : Somme des premiers pics cepstraux (*spp*) d'un signal comportant 2 périodicités 512 et 1613 en fonction du rapport des écart type bruit à signal. La courbe continue représente l'estimation théorique de la *spp*.

Notons qu'en réalité la chute des pics cepstraux et de la *spp* peut être due non seulement au bruit de mesure, mais aussi à la présence dans le signal acquis d'une partie indépendante des engrenements, par exemple les bruit dus aux roulements [Boule98].



### III.D. Détermination d'un indicateur robuste d'avarie

De nombreuses simulations nous ont permis de constater que les expressions théoriques obtenues précédemment reproduisent assez bien les cepstres calculés lorsque  $M=2$ , mais de moins en moins bien lorsque  $M$  augmente. Cependant les caractères essentiels du cepstre révélés par nos calculs demeurent : l'amplitude des premiers pics est proportionnelle à la racine carrée des énergies développées pendant une période et leur somme ne dépend que du rapport signal à bruit. Dans le cas d'un réducteur complexe ( $M>2$ ) nous verrons également que chaque engrènement peut être isolé par moyennage synchrone. Nous pourrions donc nous ramener au cas  $M=2$ . L'indicateur d'avarie que nous proposons ici (pour  $M=2$ ), est un outil de surveillance en ce sens que c'est l'examen de son évolution au cours du temps qui permettra de détecter l'instant d'apparition du défaut.

Numériquement, les pics cepstraux sont matérialisés par un ou deux échantillons au plus, à condition que les périodes successives dans un signal contenant des motifs récurrents soient rigoureusement constantes. La largeur du premier pic cepstral est directement liée à la distribution des périodes, ce fait est justifié par l'équation (75) qui peut être interprétée comme la partie positif du cepstre d'un écho multiple à période distribué. Dans le cas réel, si une telle distribution existe, il convient d'associer aux amplitudes présentes dans les équations du cepstre d'énergie les surfaces des pics cepstraux expérimentaux. S'il y a élargissement d'un pic, il y aura alors réduction de sa hauteur dans la même proportion, c'est à dire un risque de disparition dans le bruit. En conséquence, pour préserver la résolution optimale du cepstre, il est préférable en pratique d'acquérir les signaux vibratoires de manière synchrone par rapport à la vitesse de rotation de la machine tournante. Dans ce cas, les périodes sont constantes.

#### III.D.1. Indicateur Différentiel Cepstral Normalisé (IDCN)

La somme des premiers pics cepstraux associés à chaque roue d'un réducteur est indépendante de l'amplitude du signal (qui n'affecte que l'échantillon à l'origine). Comme elle est relativement bien indépendante de la nature des signaux, elle le sera des réponses impulsionnelles de la structure présente entre les engrènements et le capteur, donc de la position du capteur.

Nous exploitons ces invariances pour bâtir un indicateur de défaut. Si de plus, on désire l'invariance vis à vis du bruit additionnel, il faut alors utiliser la différence relative entre les pics cepstraux. Cette différence, si elle reste indépendante de l'amplitude du signal, ne sera indépendante de la position du capteur que si ces pics sont normalisés par rapport à leur valeur en début de surveillance ( $t=0$ ).

Ces considérations nous conduisent à utiliser la définition suivante pour ce que nous appellerons par la suite l'Indicateur Différentiel Cepstral Normalisé (IDCN) :

$$d(t) = \frac{\frac{A_p(t)}{A_p(0)} - \frac{A_r(t)}{A_r(0)}}{\frac{A_p(t)}{A_p(0)} + \frac{A_r(t)}{A_r(0)}} \quad (82)$$

$A_p$  et  $A_r$  sont les surfaces des premiers pics des peignes associés respectivement au pignon et à la roue d'engrènement.

comme  $A_p = \frac{P_p}{2(1+B)}$  et  $A_r = \frac{P_r}{2(1+B)}$ , où  $P_p$  et  $P_r$  sont proportionnels à la racine carrée de l'énergie émise respectivement par le pignon et à la roue, on a :

$$d(t) = \frac{\frac{P_p(t)}{P_p(0)} - \frac{P_r(t)}{P_r(0)}}{\frac{P_p(t)}{P_p(0)} + \frac{P_r(t)}{P_r(0)}} \quad (83)$$

On suppose qu'à  $t=0$  le réducteur ne présente aucun défaut.  $d(t)$  tend vers  $-1$  lorsque la roue présente un défaut, et vers  $+1$  lorsqu'il s'agit du pignon. Remarquons que  $d(t)$  peut rester proche de zéro lorsque les deux développent simultanément un défaut. Ce fait peu probable peut être révélé en suivant la somme des surfaces  $s(t)=A_p(t)+A_r(t)$ . Dans ce cas, le rapport signal à bruit augmente et  $s(t)$  tendra vers 0.5. Dans le cas d'un système à plusieurs engrènements cette ambiguïté peut être facilement levée en examinant les engrènements voisins. En général, l'indicateur  $d(t)$  révélera un défaut s'il dépasse un seuil fixé en fonction de l'écart type sur son estimation, cet écart type (difficile à prévoir théoriquement) peut être évalué expérimentalement pendant une phase de fonctionnement du réducteur sain.

En résumé l'IDCN est indépendant de l'amplitude des signaux, de la position du capteur et du rapport signal à bruit, seul sa variance dépend de ce dernier paramètre.

Pour illustrer le comportement de l'IDCN vis à vis du bruit, nous avons simulé un signal d'engrènement selon l'équation (77), dans laquelle nous avons fait varier l'écart type du bruit additionnel de 0 à 2 et l'écart type du signal émis par le pignon de 1 à 5 (simulation d'un défaut grandissant), l'écart type du signal émis par la roue restant égale à 1. Comme le montre la Figure 40, on constate que la valeur de cet indicateur tend vers 1 lorsque l'énergie émise par le pignon augmente, mais reste indépendante du rapport signal à bruit.

La Figure 41 représente l'IDCN pour un écart type de signaux émis par le pignon et la roue constant. On vérifie que la valeur moyenne de l'indicateur est pratiquement constante, et que sa variance dépend de l'écart type du bruit additionnel et donc du rapport signal à bruit.

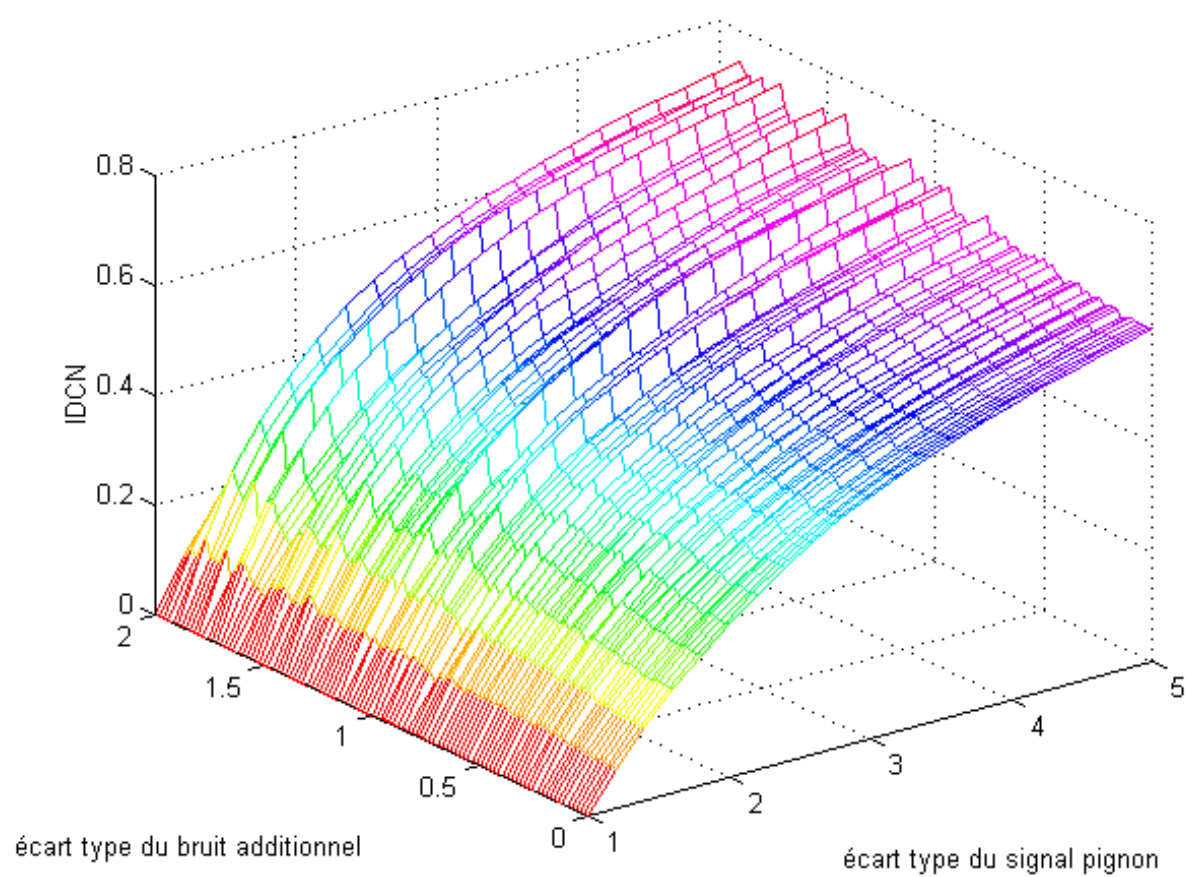


Figure 40 : Indicateur Différentiel Cepstral Normalisé (IDCN).

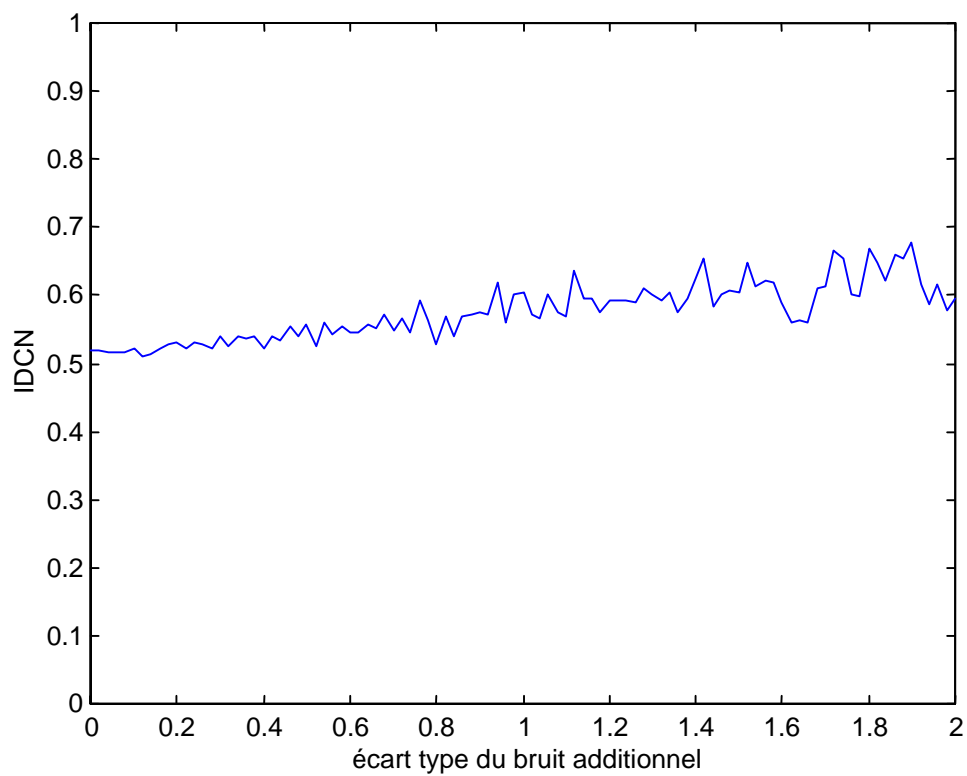


Figure 41 : IDCN pour un écart type du pignon et de la roue constant. L'écart type du bruit additif variant de 0 à 2.

### III.E. Identification d'un défaut d'écaillage par le cepstre glissant

A partir du modèle mécanique introduit au chapitre 1, il est possible de déterminer la signature particulière des défauts d'écaillage [Elbad99].

On a vu au chapitre 1, que l'influence d'un défaut est portée par le vecteur force  $F_2$  présent dans le second membre de l'équation de mouvement (14). Durant le processus d'engrènement, lorsqu'un défaut localisé se trouve dans le plan d'action, en négligeant la variation de la raideur d'engrènement le long de la ligne de contact, l'équation (22) montre que la réponse du système à un défaut implique la convolution de la réponse impulsionnelle de la structure et de la fonction porte  $W(t)$  (Figure 42a). La fonction porte est proportionnelle à  $k_k(t) \cdot F_k(t) \cdot D_k(t) \cdot \bar{P}_k$ .

La mesure du signal accélérométrique dépend donc de la dérivée seconde de la porte (Figure 42b) convoluée par la réponse impulsionnelle du système. On peut considérer que cette signature est propre aux défauts de dentures de type écaillage.

La Figure 43a montre le spectre en fréquence de la dérivée seconde d'une porte (DSP) de largeur 10 échantillons. Il est principalement composé de lobes périodiques. Le nombre de lobes présents dans le spectre (fréquences positives et fréquences négatives) correspond à la largeur de la fenêtre en nombre d'échantillons.

L'identification de ce type de défaut revient à la détection de la dérivée seconde de la porte.

Dans ce contexte, l'utilisation du cepstre présente deux avantages : le premier est de séparer la réponse impulsionnelle de la dérivée seconde de la porte (transformation du produit de convolution en addition), le second est que le cepstre d'énergie de la dérivée seconde de la porte ne présente que des échantillons à valeur négative, excepté l'échantillon à l'origine.

En effet, le cepstre d'énergie de la DSP peut être vu comme le cepstre d'énergie de deux échos inversés. Le premier motif présente un écho inversé distant d'un pas d'échantillonnage (Figure 42b). En reprenant l'expression (58), on constate que son cepstre d'énergie est constitué d'un peigne de dirac négatif, décroissant, périodique de période un pas d'échantillonnage (Figure 43b). Le second motif présente un écho inversé distant de la largeur de la porte (Figure 42b), son cepstre d'énergie est constitué d'un peigne de Diracs négatif décroissant périodique de période égale à la largeur de la porte en nombre d'échantillons (Figure 43b).

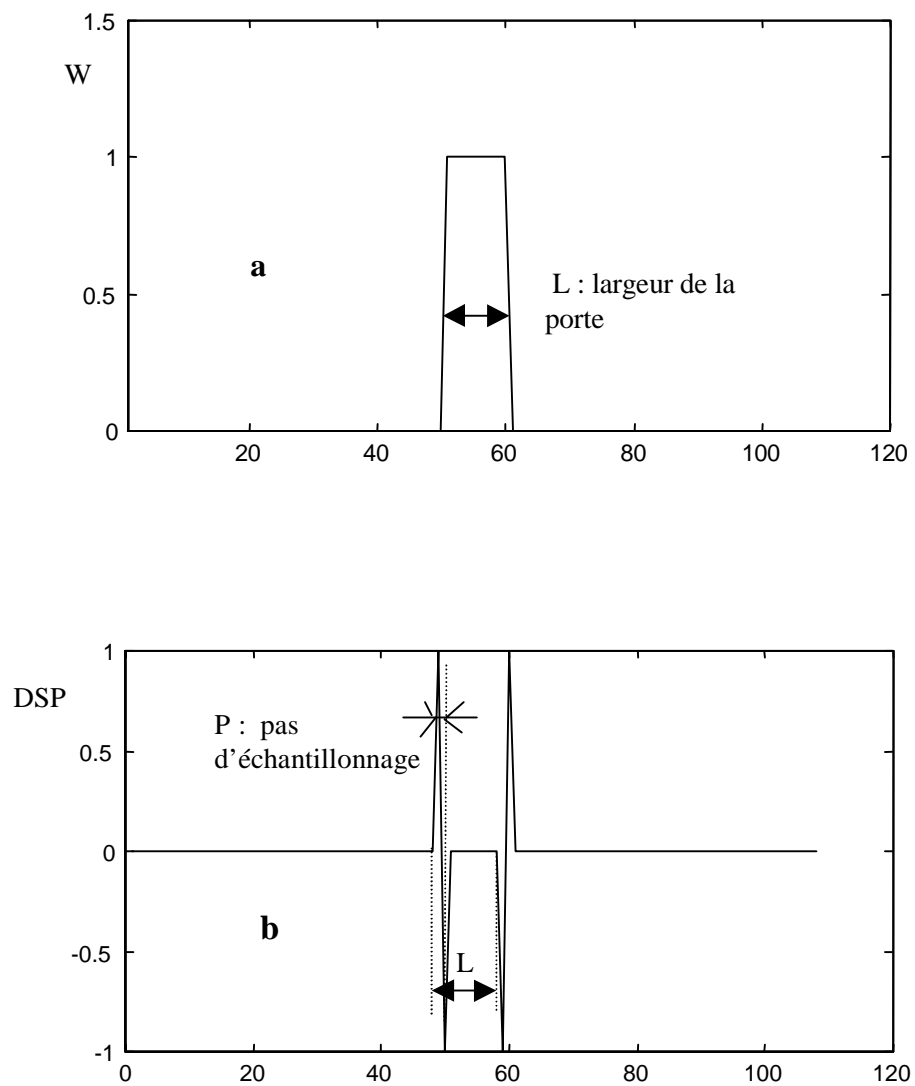


Figure 42 : a) fonction porte ; b) dérivée seconde de la porte

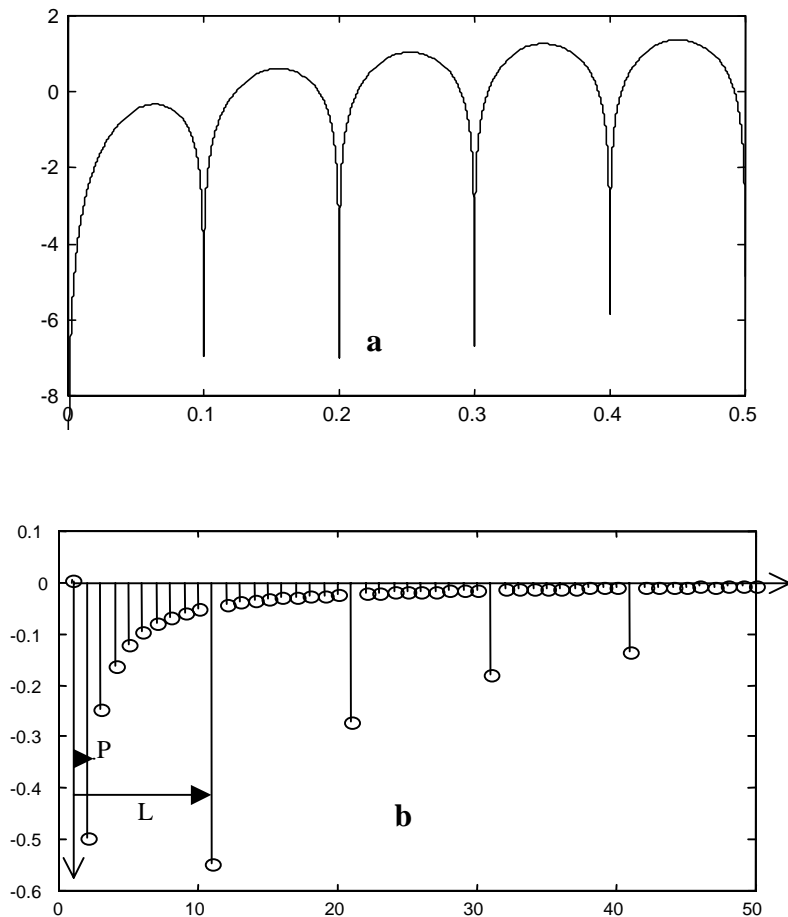


Figure 43 : a) Spectre en fréquence de la dérivée seconde de la porte ; b) cepstre d'énergie de la dérivée seconde de la porte

Une méthode possible pour la détection et la localisation de défaut de denture tel que l'écaillage et les piqûres peut être élaborée : étant donné que le cepstre d'énergie de la dérivée seconde de la porte est strictement négatif, il convient pour le détecter de quantifier la négativité du cepstre.

La négativité peut être testée, en calculant l'aire du cepstre sur une fenêtre glissante le long du signal vibratoire. Il ne faut pas prendre en compte l'échantillon à l'origine puisqu'il correspond au facteur d'amplitude du signal. Ainsi, l'intégrale du cepstre glissant (ICG) prendra des valeurs négatives en cas de présence de défauts de type écaillage dans le signal temporel.

Pour illustrer ce résultat, la Figure 44a représente le signal accélérométrique simulé selon le modèle présenté au chapitre 1. Il s'agit d'un réducteur dont le pignon a 20 dents et la roue 21 dents. Ce signal est représenté sur un tour de rotation du pignon. Une dent du pignon comporte un petit défaut d'écaillage. On remarque une légère irrégularité due au défaut d'écaillage à environ 140 °. Son cepstre glissant (Figure 44b) révèle comme prévu la présence du défaut par l'apparition d'un « puits » négatif à la position angulaire de la dent défectueuse. La taille de la fenêtre analysante est prise de telle manière que l'on puisse prendre en compte la totalité de la manifestation du défaut dans le signal. On peut donc la prendre égale à la période d'engrènement, soit dans ce cas 64 points.

Un filtrage médian de l'ICG augmenterait la lisibilité de la courbe. Ce filtrage est motivé par la forme particulière des puits (formes étagées) (Figure 44c).



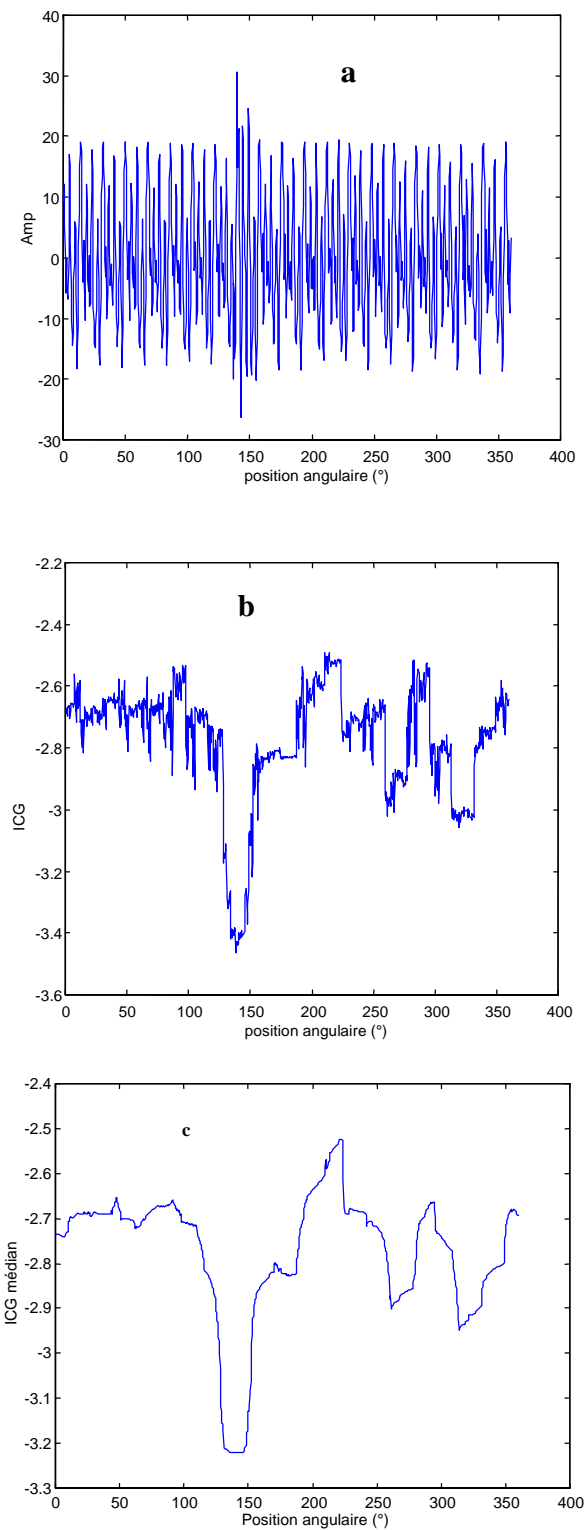


Figure 44 : a) signal d'engrènement en présence d'un léger défaut d'écaillage ; b) intégrale du cepstre glissant ; c) intégrale du cepstre glissant après filtrage médian.

La Figure 45a représente le signal d'engrènement dans le cas d'un gros défaut d'écaillage. On peut noter la forte irrégularité à environ 140 °. La Figure 45b représente son ICG après filtrage médian. On note, comme prévu la présence marquée d'un puits négatif à la position angulaire du défaut d'écaillage.

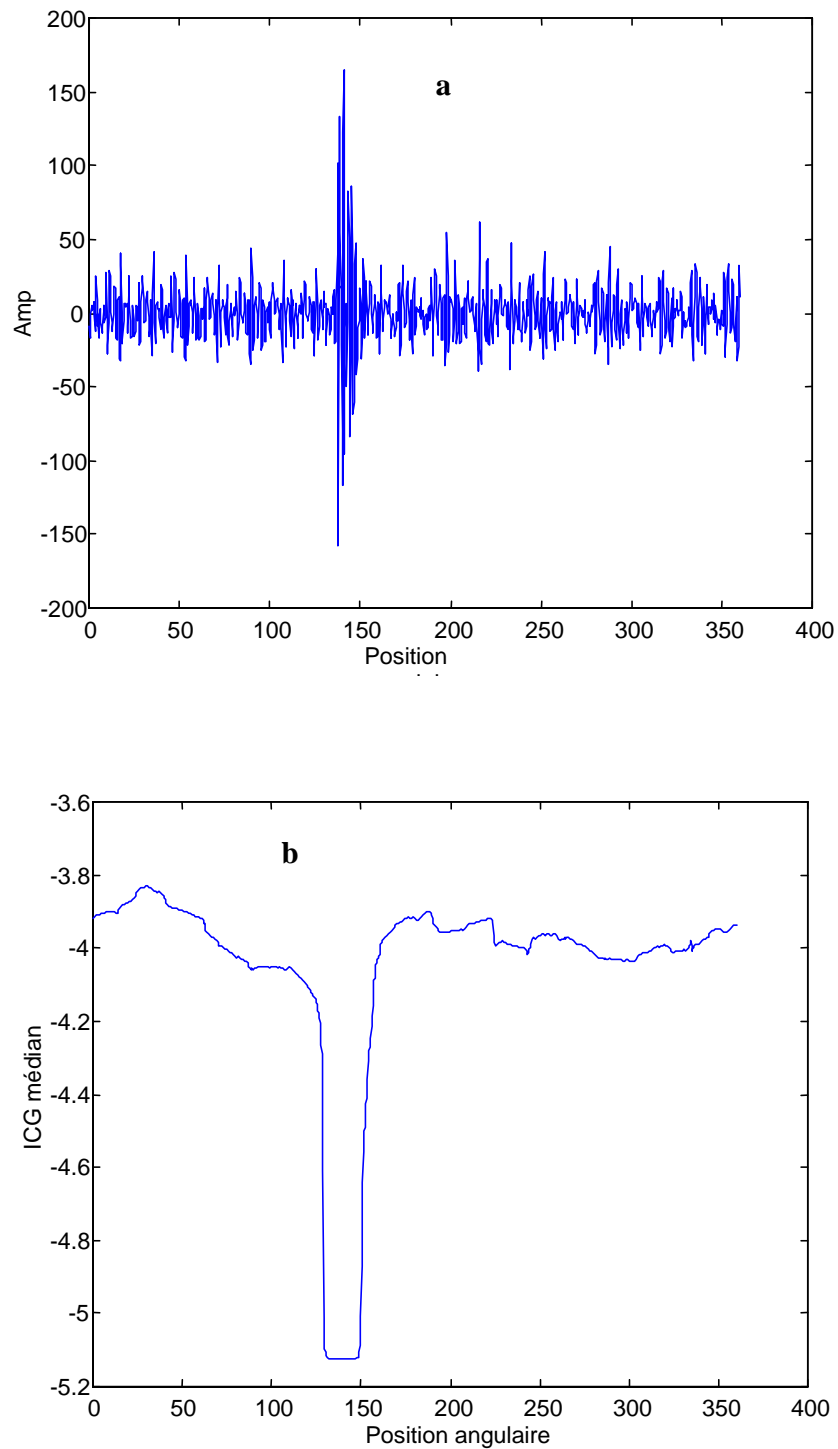


Figure 45 : a) signal vibratoire simulé comportant un défaut important de type écaillage ; b) intégrale du cepstre glissant après filtrage médian.



### III.F. Conclusion

Le cepstre d'énergie d'un signal d'engrenage de  $M$  organes tournants est composé de  $M$  peignes de Dirac positifs décroissants dont l'amplitude des premiers pics est proportionnelle à la racine carré de l'énergie émise par les éléments tournants.

Une défaillance d'un élément tournant se traduit en partie par l'augmentation de l'amplitude du premier pic cepstral du peigne qui lui est associé par une diminution d'amplitude des autres premiers pics cepstraux associés aux autres éléments tournants. Cette propriété provient du fait que la somme des premiers pics est constante et est égale à 0.5 en l'absence de bruit.

La présence d'un bruit additif dans le signal se traduit par une réduction de l'amplitude des pics cepstraux, et donc par une dépendance vis à vis du rapport signal à bruit. Pour palier ce problème, on a défini, à partir de l'expression analytique du cepstre d'un signal d'engrènement, l'indicateur IDCN dont l'espérance mathématique est indépendante du bruit. Le bruit ayant une influence seulement sur la variance de l'indicateur. Cet indicateur ne peut être utilisé que dans le cas d'un seul engrènement. Son interprétation est aisée, et sa valeur donne une indication sur l'origine l'organe défectueux.

La signature particulière d'un défaut de denture de type écaillage ou piqure possède la propriété que son cepstre est réduit à des valeurs négatives. Cette propriété a été utilisée pour localiser temporellement ce type de défauts en utilisant l'intégrale du cepstre glissant. Cet indicateur permet ainsi de localiser temporellement le défaut.

L'échantillonnage angulaire permet par moyennage synchrone, de séparer les différents engrènements d'un réducteur et de réduire de manière notable l'influence du bruit. De plus elle masque les variations de vitesse éventuelles, et permet au cepstre de conserver sa résolution temporelle maximum.

#### **IV. CHAPITRE 4 : Validation et Études Expérimentales**

# **Validation et Études Expérimentales**

#### IV.A. Introduction

Dans les chapitres précédents, nous avons présenté un modèle numérique de comportement dynamique d'un train d'engrenage, et de nouveaux indicateurs cepstraux de diagnostic vibratoire de réducteur à engrenages. Ce chapitre a pour objectifs de valider et d'analyser les résultats obtenus théoriquement.

La première partie concerne les signaux accélérométriques simulés. Ils ont été obtenus en intégrant dans le modèle mécanique les caractéristiques d'un réducteur de banc d'essais. Une étude comparative entre signaux réels et signaux simulés est faite.

La seconde partie, concerne l'analyse paramétrique du comportement dynamique entre dentures droites et dentures hélicoïdales en présence d'un défaut de denture localisé de type écaillage. L'influence de la position et des dimensions géométriques du défaut sur la dent pour les deux types de dentures est présentée.

Nous terminons ce chapitre par la présentation de résultats concrets de diagnostic vibratoire : Nous examinons tout d'abord, la séparation des engrènements d'un réducteur complexe à engrenages, ensuite l'utilisation de l'IDCN en environnement bruité et non bruité, pour détecter la roue développant un défaut. Enfin nous utilisons le cepstre glissant sur des signaux accélérométriques réels pour localiser sur la roue un défaut de type écaillage.

## IV.B. Validation des signaux de simulations

Les signaux de simulations sont obtenus à partir du modèle numérique défini<sup>1</sup> au chapitre 1. Les principales caractéristiques mécaniques du réducteur test sont pris en compte dans le modèle mécanique. La validation du modèle est faite à la fois de manière visuelle directement sur le signal temporel et par l'estimation de la cohérence spectrale.

### IV.B.1. Présentation des signaux

Les vibrations d'engrenages sur lesquelles nous avons fait les tests proviennent d'un réducteur du CETIM<sup>1</sup>. Le dimensionnement (Tableau 1) des roues de l'engrenage cimenté trempé, ainsi que les conditions de fonctionnement (vitesse, couple) ont été fixés de façon à obtenir un écaillage sur toute la longueur d'une dent [Droui92]. Tous les jours après l'acquisition des signaux vibratoires, le banc est arrêté, pour expertiser (Tableau 2) l'état des dentures des roues (Figure 46, Figure 47 et Figure 48). Les essais du réducteur s'étalent sur 12 jours avec l'enregistrement d'un signal vibratoire chaque jour.

Vitesse (tr/min)	1000	
Couple (daN.m)	200	
Engrenages cylindriques	Roue	Pignon (roue testée)
Nombre de dents	21	20
Largeur (m)	0.03	0.015
Module (m)	0.01	
Angle de pression (°)	20	
Coefficient de creux	1.4	
Coefficient de saillie	1.0	
Coefficient de déport	0	

Tableau 1 : Caractéristiques nominales du banc d'essai CETIM.

<sup>1</sup> CETIM : Centre d'Études Techniques des Industries Mécanique, 52 av. Felix Louat, 60300 senlis.

jour	Observations
1	Premier jour d'acquisition, pas d'anomalie
2	Pas d'anomalie
3	// //
4	// //
5	// //
6	Écaillage dent 1/2
7	Pas d'évolution
8	dent 1/2 pas d'évolution dent 15/16 début d'écaillage
9	Évolution de l'écaillage dent 15/16
10	// //
11	// //
12	Écaillage sur toute la largeur de la dent 15/16

Tableau 2 : rapport d'expertise

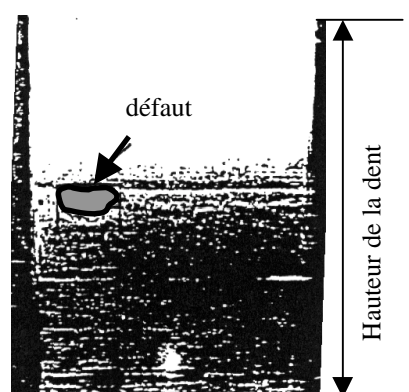


Figure 46 : dent 2, jour 10

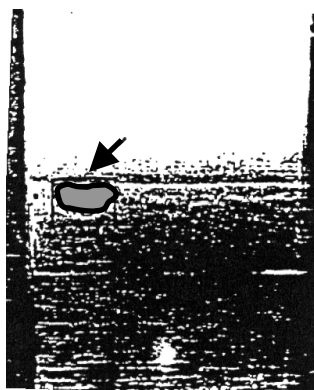


Figure 47 : dent 16, jour 10





Figure 48 : dent 16, jour 11.

Le réducteur est composé d'un pignon de 20 dents et d'une roue de 21 dents. La vitesse du moteur d'entraînement est de 1000 trs/mn soit environ 16.67 Hz, la vitesse de rotation de la roue est de 15.87 Hz et la fréquence d'engrènement de l'ordre de 330 Hz. La fréquence d'échantillonnage est de 20 khz. Chaque enregistrement comporte 60000 points soit une durée de signal de 3 s. Durant l'expérimentation, le réducteur passe de l'état de bon fonctionnement à un état détérioré.

Le Tableau 3, rassemble les signaux réels et les signaux de simulation pour trois jours différents, correspondant à des niveaux de dégradations de défauts d'écaillages distincts. Ces signaux s'étalent sur environ deux périodes de pignon et sont normalisés à puissance constante hors défaut. Le jour 1 correspond au cas sans défaut, les deux premières figures représentent les signaux vibratoires respectivement réel et de simulation. Le zoom sur quatre périodes d'engrènement nous donne une information sur la forme générale du signal d'engrènement, il apparaît une régularité commune sur les courbes à la période d'engrènement. Les jours 10 et 11 font apparaître un défaut croissant de type écaillage. Pour apprécier le degré de similitude entre les signaux de simulation et les signaux réels, nous allons utiliser la cohérence spectrale.

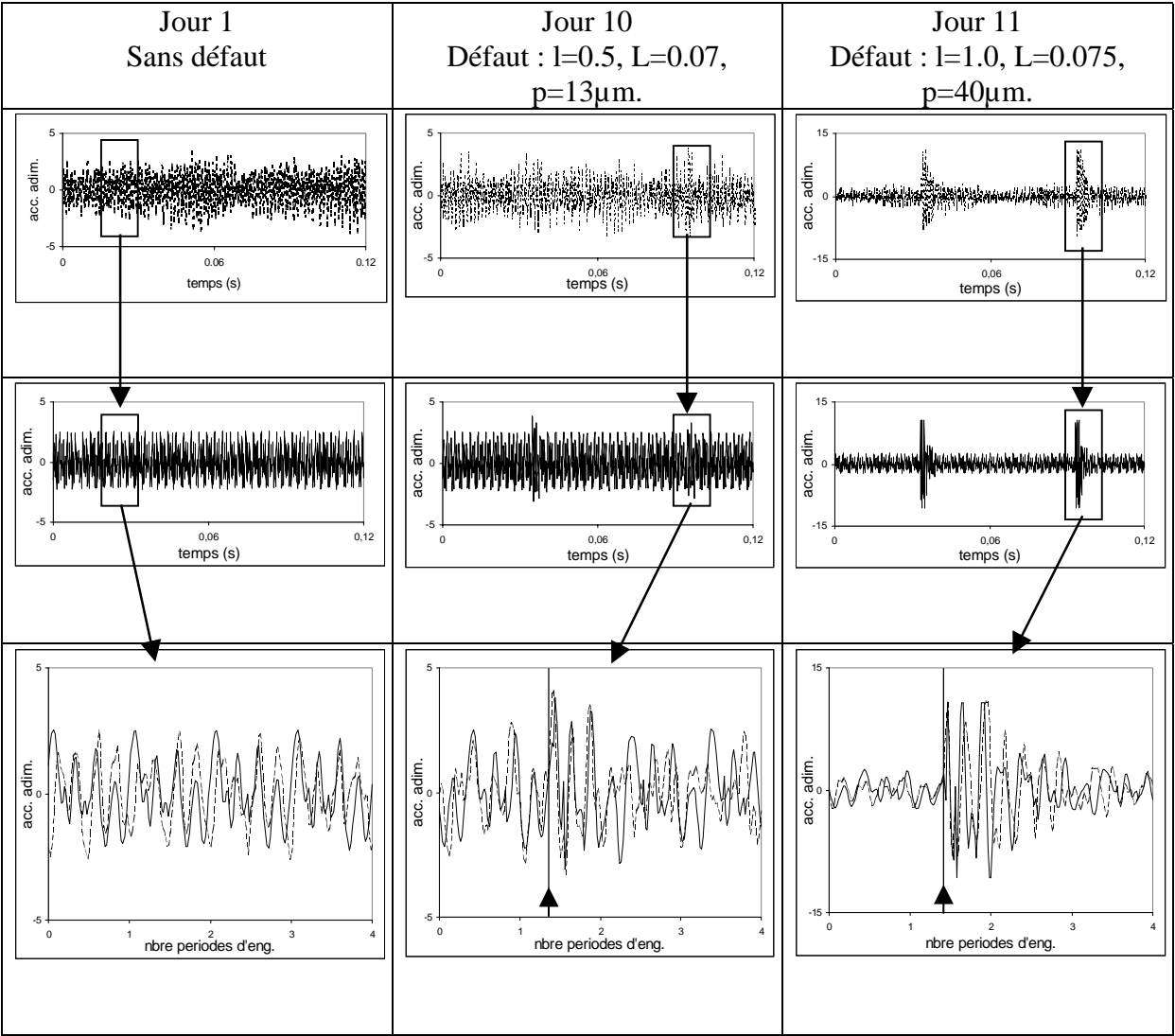


Tableau 3 Signaux vibratoires réels et de simulations.

### IV.B.2. Cohérence spectrale

La nature périodique des signaux vibratoires des machines tournantes se prête bien à l'analyse spectrale. On peut donc, afin de quantifier le degré de similitude entre les signaux réels et les signaux de simulation, utiliser la cohérence spectrale [Lacou97]. Cette méthode est un indicateur de l'existence d'une liaison linéaire et stationnaire entre deux signaux.

Considérons deux signaux aléatoire est stationnaire  $x(t)$  et  $y(t)$ . La cohérence de  $x(t)$  et  $y(t)$  est définie par :

$$C_{xy}(f) = \frac{S_{xy}(f)}{[S_{xx}(f).S_{yy}(f)]^{1/2}} \quad (84)$$

$S_{xx}(f)$  et  $S_{yy}(f)$  sont les densités spectrales de  $x(t)$  et  $y(t)$ ,  $S_{xy}$  est la densité interspectrale de  $x(t)$  et  $y(t)$ . L'estimation des densités d'énergie peut se faire en utilisant les calculs du périodogramme moyenné ou du corrélogramme. La normalisation par les densités spectrales rend la cohérence invariante par changement d'échelle. Le module de la cohérence est compris entre 0 et 1.

Lorsque  $|C_{xy}(f)| = 1$ , les deux signaux sont totalement cohérents à la fréquence  $f$ .  
Lorsque  $|C_{xy}(f)| = 0$ , les deux signaux sont décorrélés à la fréquence  $f$ .

Une propriété importante de la cohérence spectrale, dit que, s'il existe un filtrage linéaire et stationnaire pour passer du signal  $x(t)$  au signal  $y(t)$  alors la cohérence vérifie :

$$|C_{xy}(f)| = 1 \quad \forall f \quad (85)$$

Il faut de plus noter que la cohérence spectrale est dépendante du rapport signal à bruit. Pour des signaux cohérent, si le rapport signal à bruit tend vers l'infini la cohérence tend vers 1, et si le rapport signal à bruit tend vers zéro la cohérence tend vers 0.

La Figure 49 représente la cohérence spectrale entre le signal de simulation, et le signal réel dans le cas d'un fonctionnement sans défaut. Elle a été estimée par la méthode du périodogramme moyenné, la taille des segments de moyenne est 512 points, ce qui correspond à huit périodes d'engrènement. Il apparaît un spectre de raies à la période d'engrènement qui est environ de 330Hz. L'amplitude de ces raies est proche de 1 pour les raies en basses fréquences, ceci met en évidence une dépendance entre le signal de simulation et le signal réel à ces fréquences. Cependant, théoriquement s'il existe une relation linéaire entre les deux signaux, la cohérence doit être proche de 1 quelque soit la fréquence, ce qui n'est pas le cas, puisque l'on a un peigne de raies. Ce résultat, s'explique en partie par le fait que les signaux d'engrenage ont la particularité d'avoir un spectre de raies avec des valeurs faibles entre les raies, c'est à dire un faible rapport signal à bruit entraînant une faible cohérence.

La Figure 50 et la Figure 51 représentent la cohérence spectrale respectivement pour les jours 10 et 11, qui correspondent au cas d'un défaut d'écaillage. Pour le jour 10, la cohérence présente des zones de fréquences pour lesquelles il y a peu de dépendance entre les deux signaux. Une explication possible, est que les bandes de fréquence comportant des incohérences sont certainement dues à des fréquences de résonance de la structure différentes, entre les signaux de simulation et les signaux réels. Ceci provient probablement de la non connaissance des caractéristiques mécaniques du carter du réducteur, celui-ci n'a pas été pris en compte dans le modèle numérique. Pour le jour 11 on a une bonne cohérence (0.7) en basse fréquence pour les premières raies d'engrènement, et on a une zone beaucoup moins bonne en milieu de spectre, cela est certainement dû aux mêmes raisons que le pour jour 10.

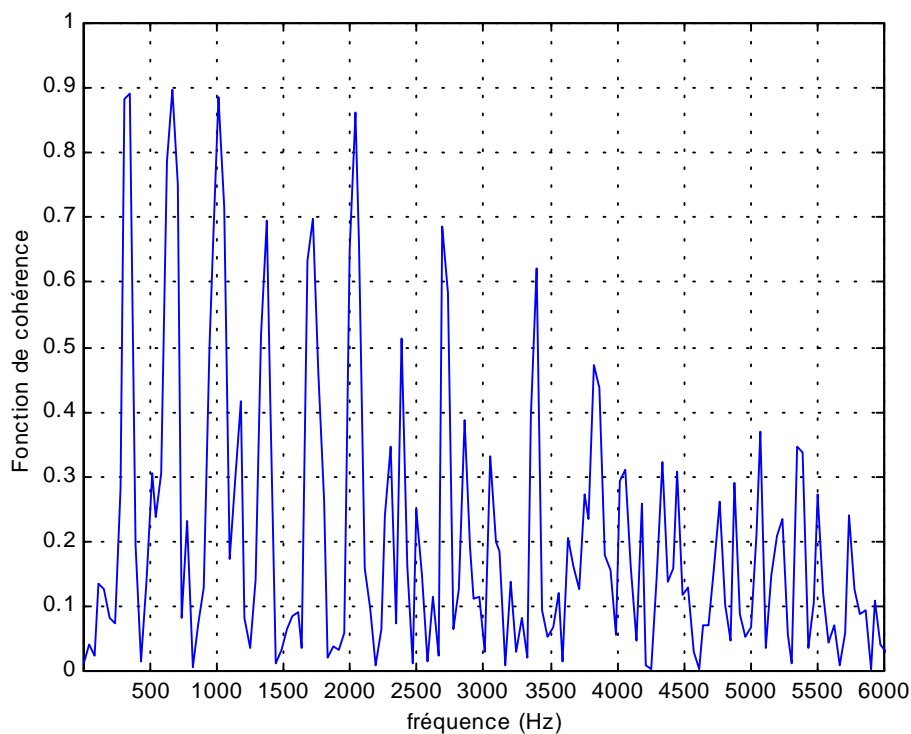


Figure 49 : cohérence spectrale pour le jour 1, 256 canaux de fréquence sont représentés.

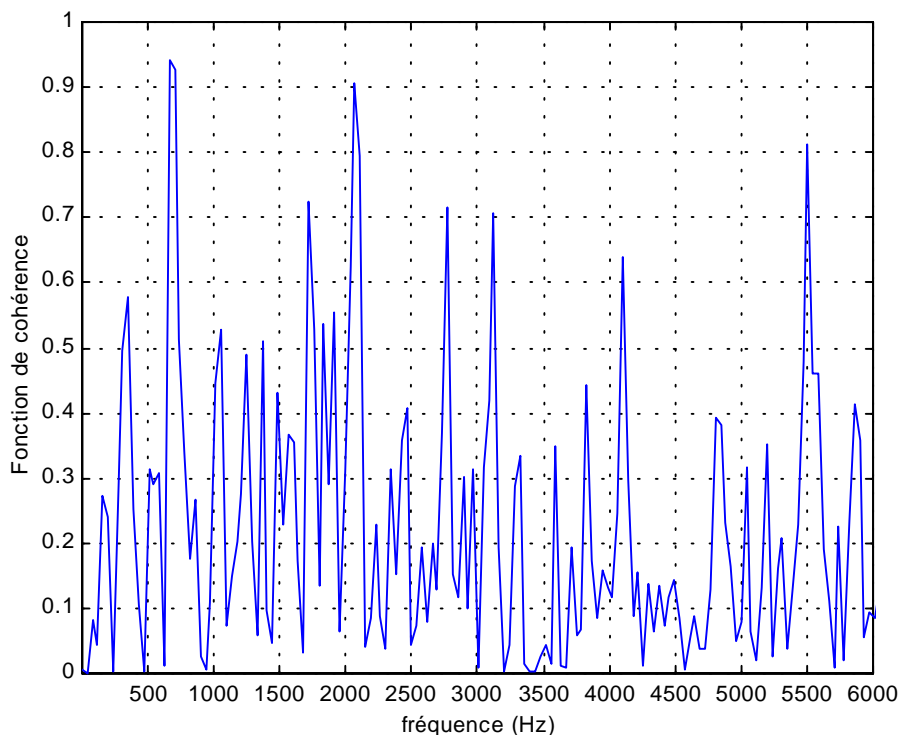


Figure 50 : cohérence spectrale pour le jour 10, 256 canaux de fréquence sont représentés.

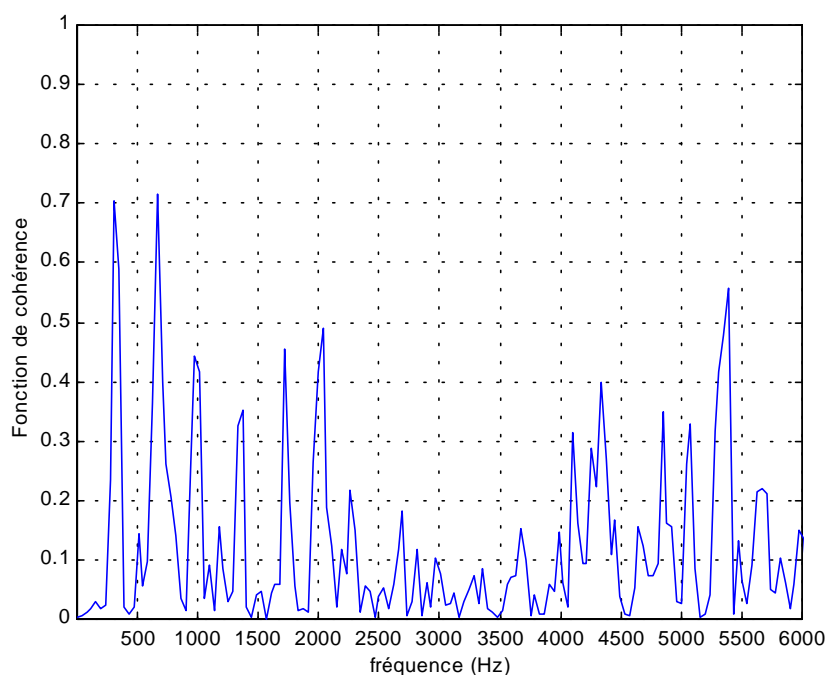


Figure 51 : cohérence spectrale pour le jour 11, 256 canaux de fréquence sont représentés

Pour mettre en évidence les modes propres de la structure mécanique, excités par le signal d'engrènement et le défaut d'écaillage, on peut calculer la transformée de Wigner-Ville des signaux accélérométriques. La Figure 52 et la Figure 53 représentent la transformée de Wigner-Ville respectivement du signal de simulation et du signal réel. Sur la Figure 52 on voit apparaître une forte résonance à 1350hz, excitée par le défaut à environ 6ms, cette

résonance est due en partie à la fréquence propre de la dent défectueuse. On constate d'autres résonances d'énergie différente, qui coïncident avec des pics d'engrènement aux fréquences : 350hz, 750hz et 1050hz. De plus, la résonance à 1350hz est excitée à la fois par le défaut qui est de forte énergie, et par le signal d'engrènement de moins forte énergie. Certaines résonances ne sont pas présentes dans le cas de la transformée temps-fréquence du signal réel, notamment les résonances à 350hz et 1050hz, cela explique en partie l'indépendance observée sur la cohérence spectrale dans ces zones de fréquences. Sur la Figure 53 la résonance à environ 1350 Hz, apparaît de manière ponctuelle. Elle est excitée par deux défauts d'écaillages distincts aux temps de 7ms et 18ms, par contre sur la Figure 52, la résonance apparaît sur toute la longueur temporelle d'analyse. Cette différence de manifestation de la fréquence de résonance de 1350hz se traduit par une incohérence dans cette bande de fréquence comme en témoigne la Figure 50.

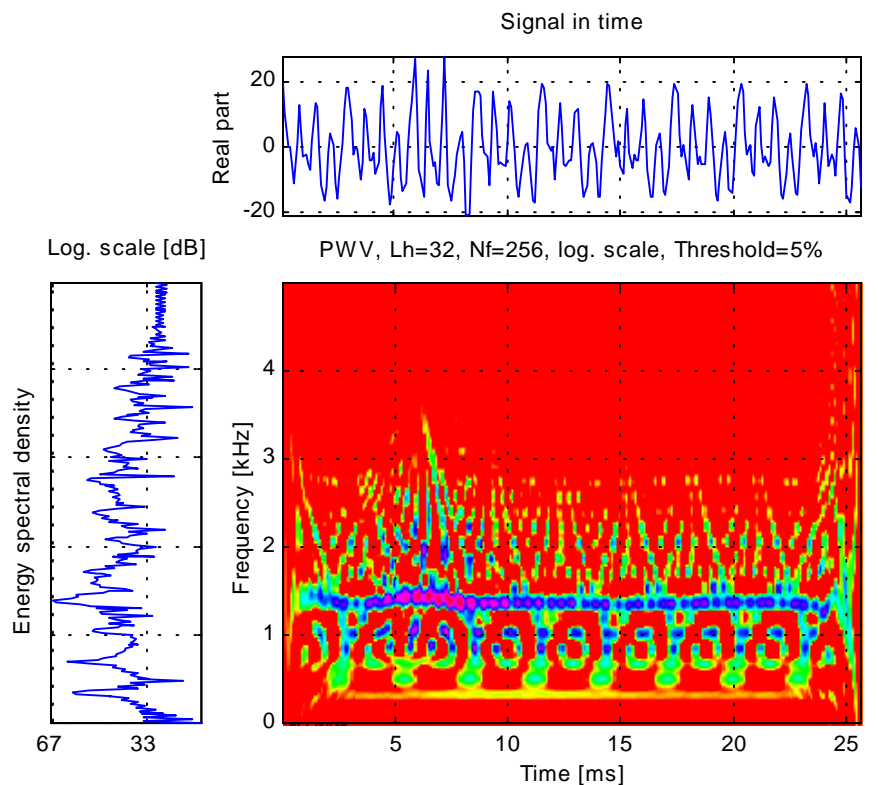


Figure 52 : transformée de Wigner-Ville du signal de simulation jour 10

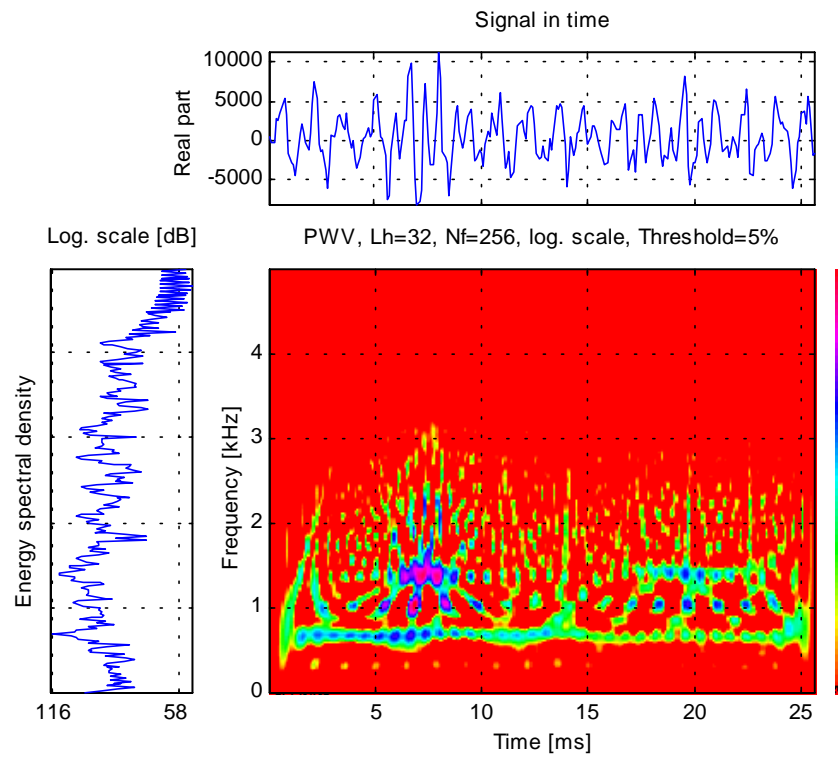


Figure 53 : transformée de Wigner-Ville du signal réel jour 10

La Figure 54 et la Figure 55, correspondent à la transformée de Wigner-Ville respectivement pour le signal de simulation et le signal réel, dans le cas du jour 11, c'est à dire, pour un défaut d'écaillage avancé.

Pour les deux transformées, au moment du choc (à environ 5ms), il se produit une forte excitation de résonance à 1350 Hz, due en grande partie aux modes propres de la dent. Cependant, on peut remarquer, dans le cas du signal de simulation, une zone de résonance qui s'étend de 2200hz à 4000hz excitée par le défaut, que l'on ne retrouve pas sur la transformée Temps-fréquence du signal réel, ceci est probablement une des causes de l'indépendance entre le signal de simulation et le signal réel observé sur la cohérence spectrale, pratiquement dans la même bande de fréquence.

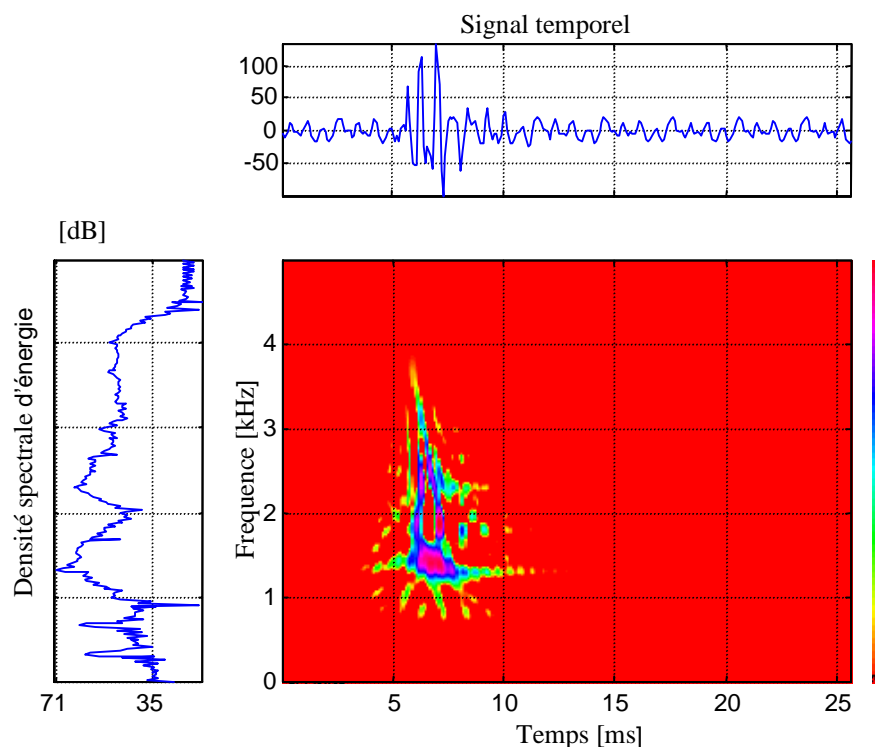


Figure 54 : transformée de Wigner-Ville du signal de simulation jour 11.



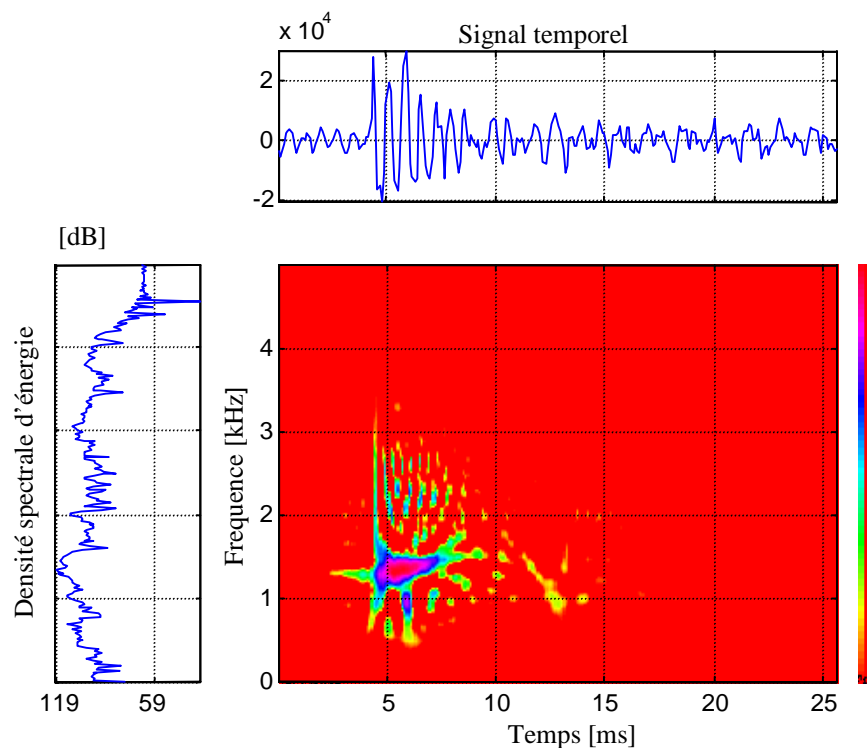


Figure 55 : transformée de Wigner-Ville du signal réel jour 11.

#### IV.C. Études paramétriques

L'étude paramétrique a pour objectif l'analyse du comportement dynamique du réducteur présenté ci-dessus en présence d'un défaut localisé de type écaillage [Cahou99]. Cette analyse porte sur les dentures droites et hélicoïdales. Les caractéristiques mécaniques nominales sont données dans le Tableau 4 qui correspondent au réducteur du CETIM. Les pignons et roues des deux types de dentures sont corrigés en sommet de dent de façon identique. Pour chaque type de dentures, deux séries de simulation sont faites, pour la première nous faisons varier les profondeurs et largeurs du défaut, pour la seconde, les positions selon la hauteur de profil et la profondeur du défaut (Figure 56). La longueur du défaut est adimensionnée par rapport à la longueur de la droite d'action, et la largeur est adimensionnée par rapport à la longueur de la ligne de contact. Pour chaque série, le comportement vibratoire sera étudié à travers la valeur de l'indicateur différentiel cepstrale normalisé (IDCN).

Vitesse (tr/min)	1000			
Couple (daN.m)	933			
Engrenages à dentures	cylindriques		hélicoïdales	
	Roue	Pignon	Roue	Pignon
Nombre de dents	21	20	21	20
Largeur (m)	0.08	0.08	0.08	0.08
Angle d'hélice (°)	0		35	
Module (m)	0.01			
Angle de pression (°)	20			
Coefficient de creux	1.4			
Coefficient de saillie	1.0			
Coefficient de déport	0.			

Tableau 4: Caractéristiques nominales utilisées pour l'étude paramétrique.

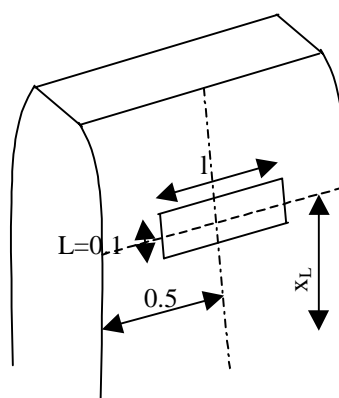


Figure 56 : paramètres du défaut

Les premières séries de résultats (Figure 57a et Figure 57b) représentent les variations de l'IDCN  $d$  en fonction de la profondeur du défaut  $p$  et de sa largeur  $l$  pour les dentures droites et hélicoïdales. En dentures droites (Figure 57a), on observe que les isovalues ont une allure hyperbolique [Cahou99], sauf pour des valeurs de largeur de défaut proches de la largeur de denture. Ceci signifie que pour un produit profondeur  $p$  fois largeur  $l$  constant, la faculté de détection est sensiblement voisine. Les mêmes allures hyperboliques sont observées

en dentures hélicoïdales (Figure 57b) avec, en plus, la présence d'un 'plateau' pour les fortes valeurs de profondeur et de largeur où le paramètre  $d$  devient proche de 1 et moins sensible à  $p$  et  $l$ .

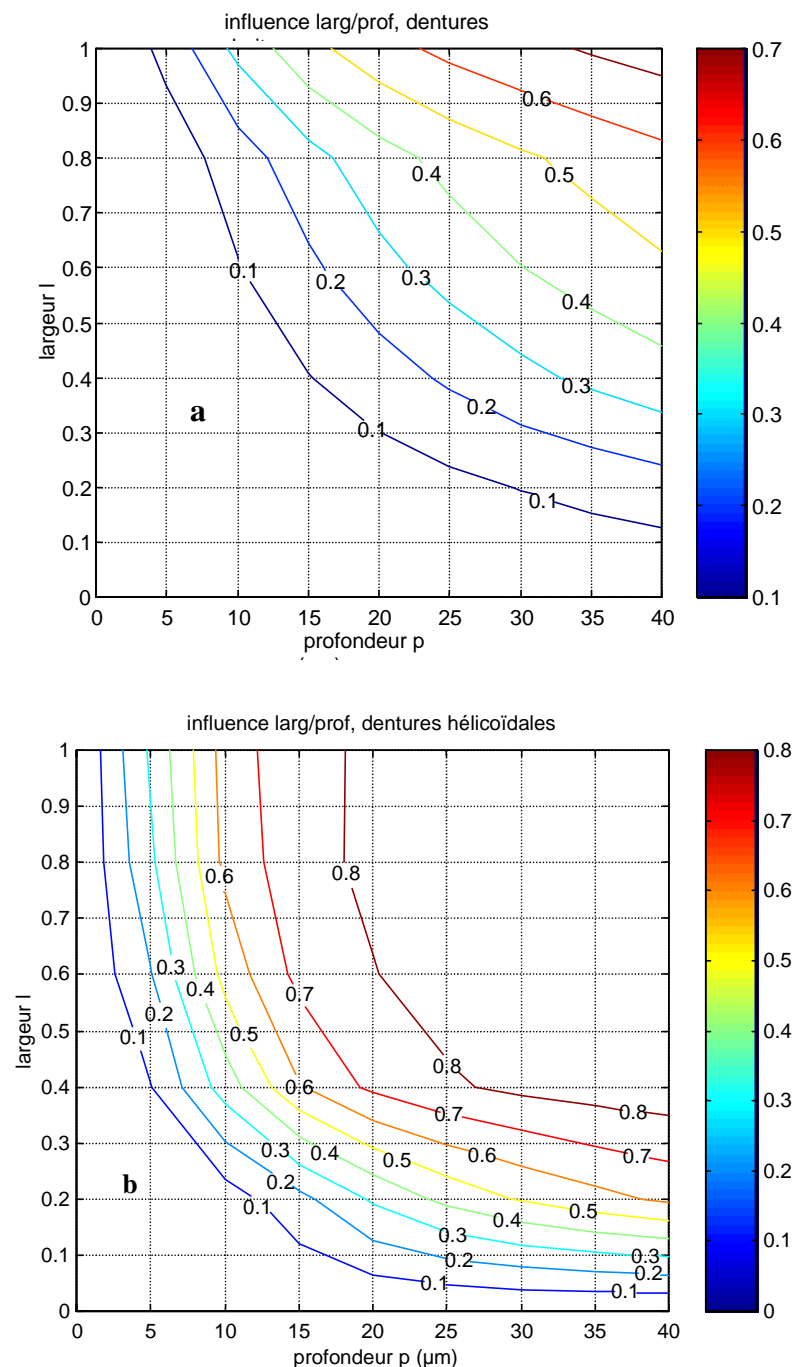


Figure 57 : IDCN  $d$  : influence largeur /profondeur.

La Figure 58a et la Figure 58b illustrent l'évolution de  $d$  en fonction de la profondeur  $p$  et de la position du défaut selon la hauteur de profil  $x_L$ . En denture droite (Figure 58a), la détection semble plus aisée pour un défaut situé en milieu de dent et cette tendance s'accroît avec un accroissement de la profondeur d'avarie  $p$ . Pour les dentures hélicoïdales (Figure 58b), le comportement est similaire bien que plus contrasté: la détection est relativement indépendante de la position sur le profil pour de faibles profondeurs, elle devient, pour des

profondeurs plus importantes, plus facile lorsque le défaut est approximativement à mi-hauteur de la dent.

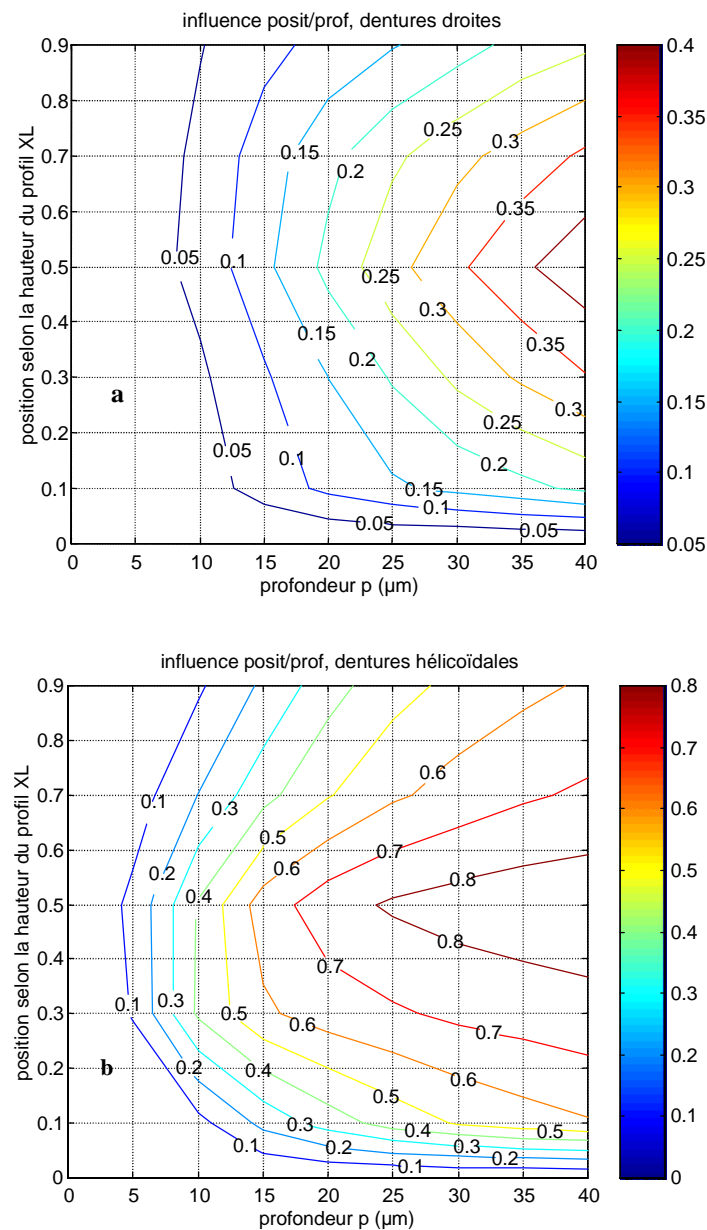


Figure 58 :IDCN d :influence position/profondeur

D'après ces résultats, il s'avère que, dans les cas étudiés, un défaut de géométrie similaire est beaucoup plus facilement détectable sur la denture hélicoïdale que sur la denture droite. Cette constatation peut être justifiée par le fait que les réducteurs à dentures droites, en fonctionnement sain, ont un bruit vibratoire plus élevé que celui des réducteurs à dentures hélicoïdales. Cela a pour conséquence que pour un défaut donné, l'amplitude relative entre le bruit vibratoire moyen et le bruit du défaut est plus importante dans le cas de signaux vibratoires issus des réducteurs à denture hélicoïdale que ceux issus des réducteurs à denture droite.

## IV.D. Applications

### IV.D.1. Séparation d'engrètements

Les résultats présentés dans ce paragraphe ont uniquement pour but de montrer l'allure des cepstres d'énergie obtenues à partir de signaux expérimentaux, ainsi que la séparation des engrètements dans un système complexe. Pour les deux expériences présentées, le codeur optique déclenchant les acquisitions est placé sur l'arbre d'entrée. Lors de l'expérience sur le premier réducteur aucun défaut n'a été enregistré.

#### IV.D.1.a. Réducteur à deux trains d'engrenages

Les acquisitions ont été réalisées sur un réducteur sain à denture hélicoïdale comportant deux trains d'engrenages (Figure 59) dont la fréquence de rotation de l'arbre d'entrée est 25 Hz.

Les signaux accélérométriques ont été acquis sous échantillonnage angulaire à 512 points/tr de l'arbre moteur. Pour analyser l'état vibratoire de chaque train d'engrenages, le cepstre d'énergie a été calculé à partir du même signal, après moyennage synchrone selon leur période de coïncidence (plus petit commun multiple *ppcm*).

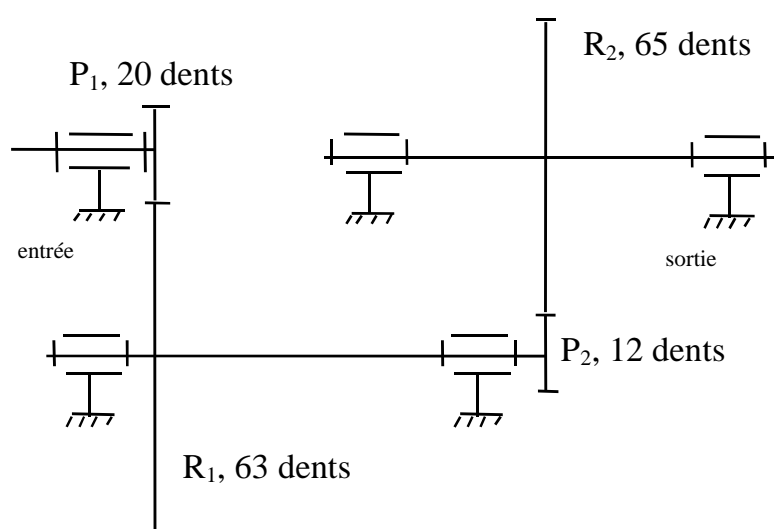


Figure 59 : Schéma cinématique du réducteur à deux trains d'engrenages

La Figure 60 représente le cepstre d'énergie du signal vibratoire moyenné de manière synchrone selon le *ppcm* du nombre de dents du pignon et de la roue du premier engrènement. On fait apparaître ainsi les informations relatives à cet engrènement seulement. On reconnaît les deux peignes de pics associés au pignon  $P_1$  et à la roue  $R_1$  respectivement de période 512 et 1613 échantillons.

La Figure 61 représente le cepstre d'énergie du signal moyenné selon le *ppcm* du second engrènement, on y reconnaît le peigne associé au pignon  $P_2$  de période 1613 échantillons et le premier pic du peigne associé à la roue  $R_2$  de période 8736 échantillons.

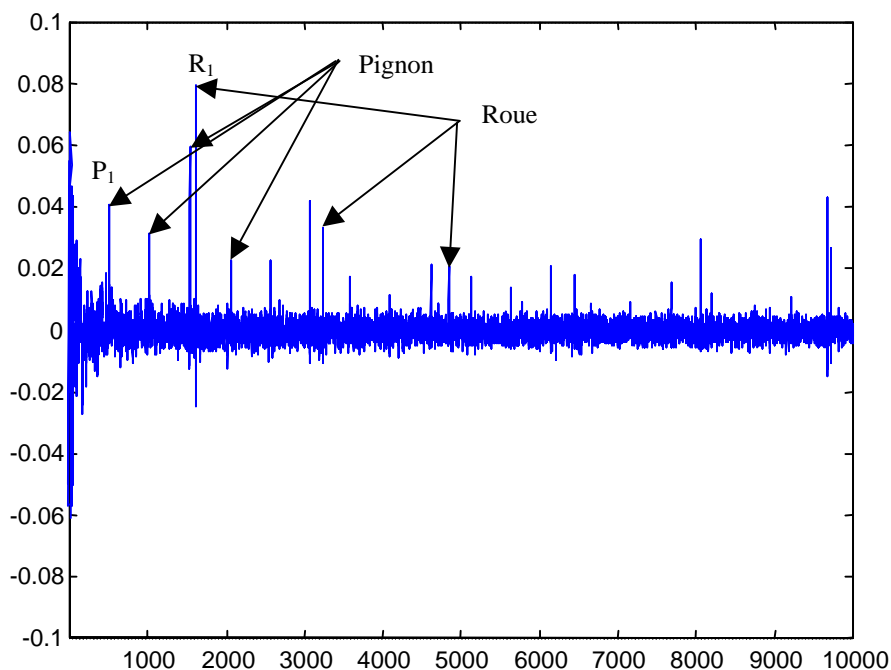


Figure 60 : cepstre d'énergie calculé sur le signal vibratoire moyenné selon le *ppcm* du premier engrenage.

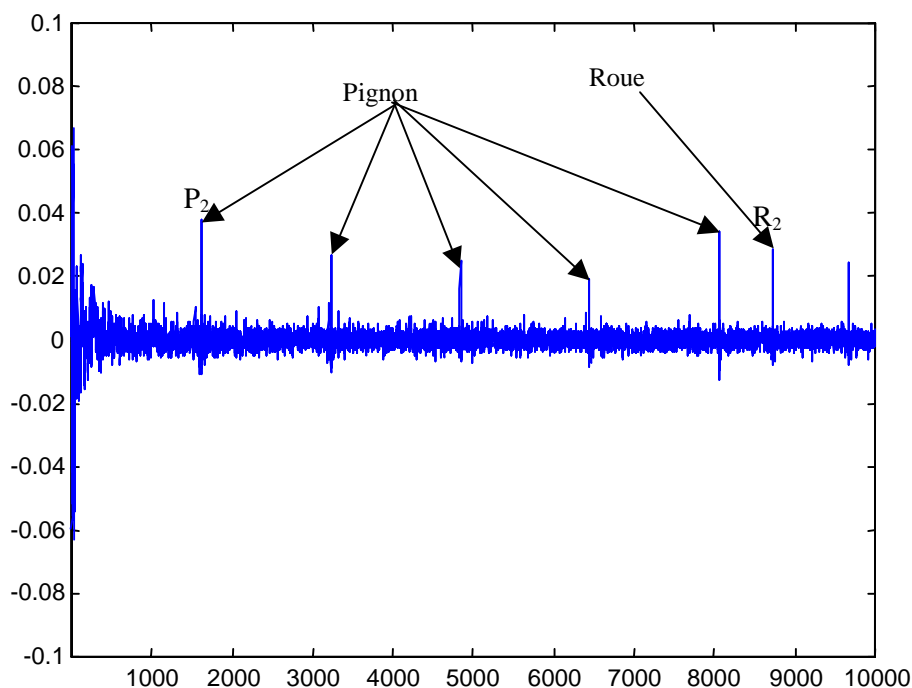


Figure 61 : cepstre d'énergie calculé sur le signal vibratoire moyenné selon le *ppcm* du second engrenage.

L'allure du cepstre de la Figure 60 ne correspond pas exactement à ce qui a été établi en théorie. En effet, théoriquement, il devrait y avoir une décroissance en  $1/n$  pour tous les pics associés aux périodes de rotation du pignon et de la roue. Or, on observe que, si le peigne de la roue semble bien suivre cette loi, le peigne du pignon est modulé en amplitude

sensiblement à la période du peigne de la roue. On observe la même chose dans le cas de la Figure 61.

Cette constatation montre les limites de notre modèle de structure de signaux d'engrenages introduit au chapitre 3. Signalons qu'aucun autre modèle littéral ne nous a permis de retrouver cette modulation.

#### IV.D.1.b. Réducteur à quatre trains d'engrenages

Le système analysé est un réducteur de moyenne puissance (puissance nominale à 1500 trs/mn : 15 Kw) à dentures hélicoïdales constitué de quatre trains d'engrenages (Figure 62). Le rapport de réduction est de 1/140. Les signaux accélérométriques sont acquis sous échantillonnage angulaire. Les périodes caractéristiques du réducteur sont données dans le Tableau 5 et le Tableau 6, en fonction du nombre de points par tour de l'arbre d'entrée : Selon l'engrènement à isoler et pour ne pas aboutir à des *ppcm* de tailles excessives, le nombre de points du codeur doit être divisé. Toutes les acquisitions ont été effectuées à la vitesse constante de 1500 trs/mn. Les acquisitions ont été faites dans un premier temps sur le réducteur en fonctionnement sain, puis en présence d'un gros défaut.

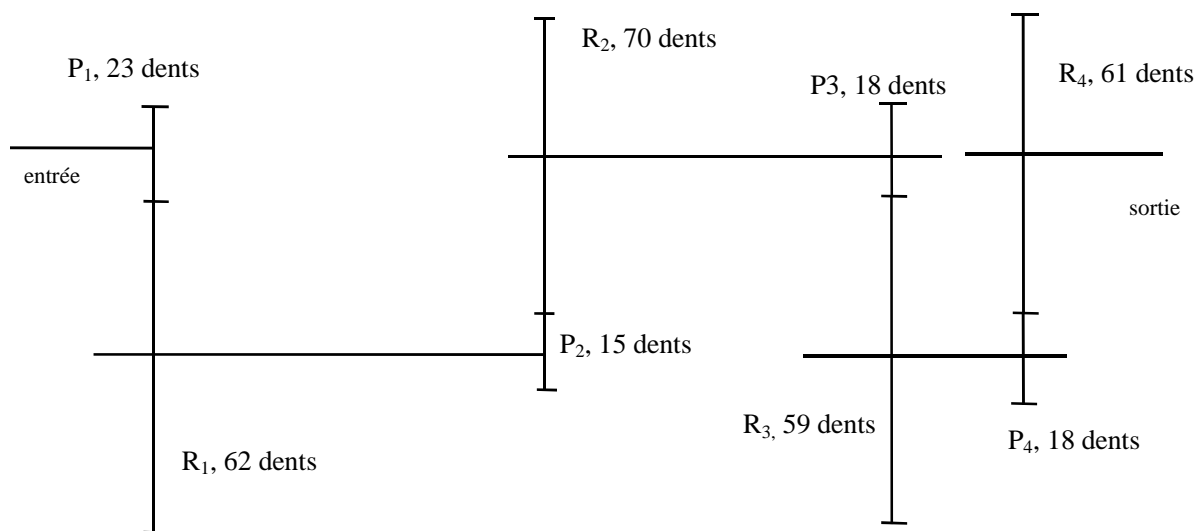


Figure 62 : Schéma cinématique du réducteur à quatre trains d'engrenages.

N	512	256	128	64	32	16	8
T <sub>1</sub>	512	256	128	64	32	16	8
T <sub>2</sub>	1380.2	690	345	172.5	86.3	43.1	21.6
T <sub>3</sub>	6440.8	3220.4	1610.2	805.1	402.6	201.3	100.6
T <sub>4</sub>	21111.5	10555.8	5277.9	2638.9	1319.5	659.7	329.9
T <sub>5</sub>	71544.7	35772.3	17886.2	8943.1	4471.5	2235.8	1117.9

Tableau 5 : Récapitulatif des périodes cinématique des différents arbres en fonction du nombre de points par tour ( $N$ ) de l'arbre d'entrée (en nombre d'échantillons).

N	512	256	128	64	32	16	8
ppcm1	31744	15872	7936	3968	1984	992	496
ppcm2	19322.4	9661.2	4830.6	2415.3	1207.7	603.8	301.9
ppcm3	380007.9	190003.9	95002	47501	23750.5	11875.5	5937.6
ppcm3	1287804.5	643902.3	321951.1	160975.6	80487.8	40243.9	20121.9

Tableau 6 : Récapitulatif des  $ppcm$  en fonction du nombre de points par tour ( $N$ ) de l'arbre d'entrée.

La Figure 63 représente le cepstre d'énergie du signal accélérométrique moyenné selon le  $ppcm$  du premier train constitué du pignon  $P_1$  et de la roue  $R_1$ . L'échantillonnage angulaire a été réalisé à raison de 256 pts/tr de l'arbre d'entrée. On y retrouve les peignes de périodes  $T_1$  et  $T_2$  associés respectivement aux périodes de rotation du pignon  $P_1$  et de la roue  $R_1$ . Aucune anomalie n'a été décelée sur ce train. On constate encore la modulation d'amplitude du peigne du pignon.

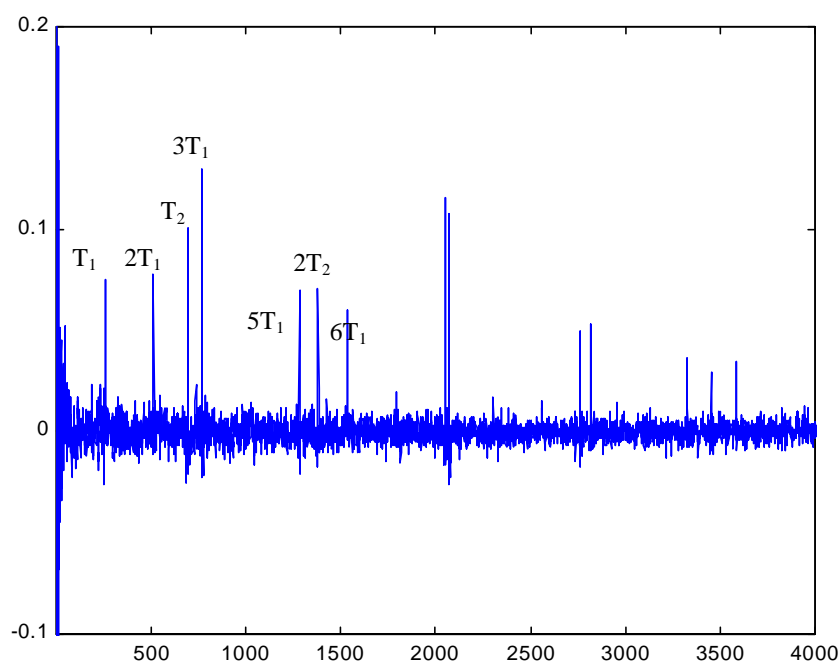


Figure 63 : Cepstre d'énergie calculé sur le signal vibratoire moyenné de manière synchrone selon le  $ppcm$  du premier train ( $N=256$  pts)



La Figure 64 représente le cepstre d'énergie calculé sur le signal accélérométrique moyenné selon le *ppcm* du second train constitué du pignon  $P_2$  et de la roue  $R_2$ . On note la présence de deux peignes décroissants  $T_2$  et  $T_3$  associés respectivement aux périodes de rotation du Pignon  $P_2$  et de la roue  $R_2$ , et la même modulation du peigne du pignon. Aucune anomalie n'est à déceler sur ce train.

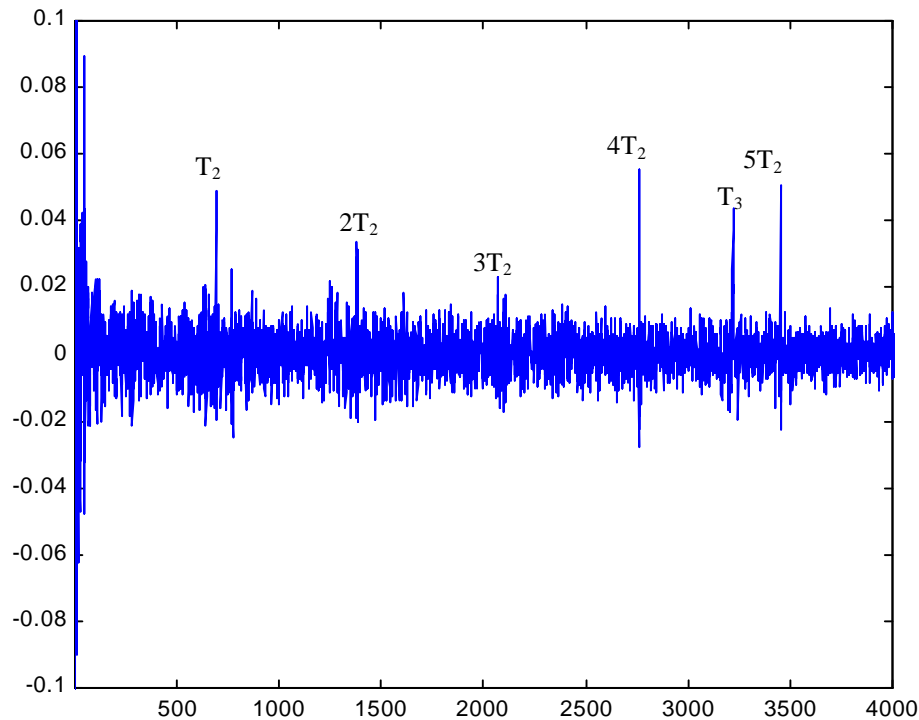


Figure 64 : Cepstre d'énergie calculé sur le signal vibratoire moyenné de manière synchrone selon le *ppcm* du second train ( $N=256$  pts)

La Figure 65 représente le cepstre d'énergie calculé sur le signal vibratoire moyenné selon le *ppcm* du second d'arbre. Le réducteur comporte un défaut important, provoqué par un choc sur une dent de la roue  $R_2$ . On remarque qu'il ne reste plus que le peigne décroissant de période  $T_3$  associé à la période de rotation de la roue qui porte le défaut. L'autre peigne ayant disparu en vertu de la constance de la *spp*.

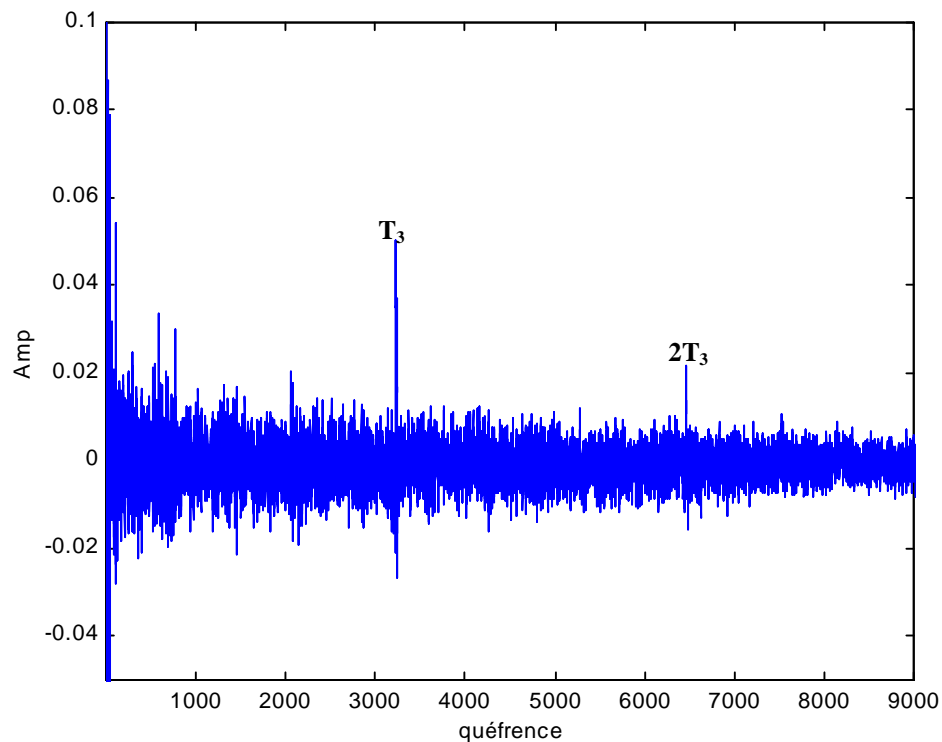


Figure 65 : Cepstre d'énergie du signal vibratoire moyenné selon le *ppcm* du second train, le réducteur comporte un petit défaut de denture.

Sur les différents cepstres calculés, on peut noter la faible valeur de l'amplitude des pics cepstraux, cet constatation peut s'expliquer par le faible rapport signal à bruit des signaux accélérométriques. On peut en partie expliquer ce constat, par le fait que pour des raisons techniques, le réducteur n'a pu être chargé suffisamment. En conséquence le signal dû à l'engrènement est faible par rapport aux autres composantes issues du banc d'essais. Pour cette même raison et à cause des vitesses de rotation de plus en plus faibles, les engrènements 3 et 4 n'ont pas pu être isolés correctement.

## IV.D.2. Diagnostic par l'indicateur Différentiel Cepstral Normalisé

### IV.D.2.a. Réducteur à un train d'engrenage, cas de signaux peu bruités

Ce réducteur 20/21 correspond au cas présenté au paragraphe IV.B.1. Ces signaux ont déjà été utilisés en plusieurs occasions pour essayer de définir des procédures de diagnostic [Capde92b] et [Droui93]. La Figure 66 montre l'évolution des pics cepstraux ( $A_1$  et  $A_2$ ), de leur somme et de l'IDCN  $d(t)$  en fonction des jours d'acquisition.

On constate que le pic cepstral de la roue qui développe le défaut ( $A_1$ ) augmente au détriment de l'autre. La somme des premiers pics toujours voisine de 0.5, nous indique que les signaux traités sont très peu bruités. L'évolution de l'indicateur  $d(t)$  indique clairement qu'à partir du huitième jour, le pignon développe un défaut. Ce résultat concorde avec le constat de l'expertise faite sur ce réducteur, qui indique, ce huitième jour l'apparition d'un début d'écaillage sur la dent 15/16.

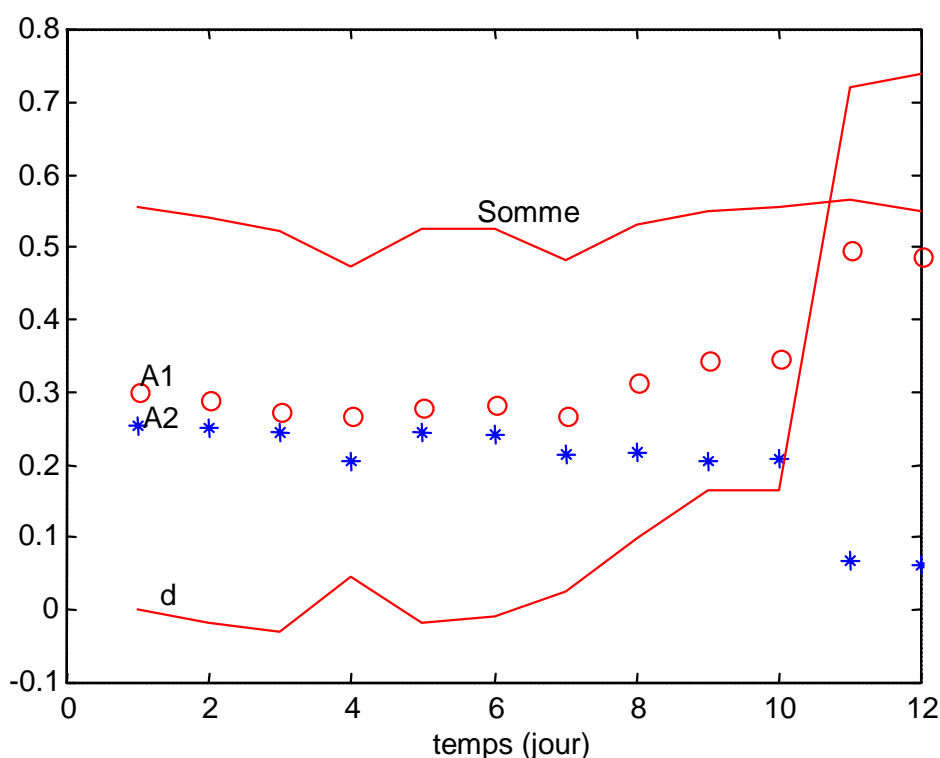


Figure 66 : Évolution des pics cepstraux  $A_1$  et  $A_2$ , de leur somme et de l'IDCN  $d(t)$  en fonction des jours d'acquisition.

### IV.D.2.b. Réducteur à un train d'engrenage, cas de signaux bruités

Les signaux accélérométriques ont été acquis à EDF étude et recherche de Chatou sur un banc d'essais de fatigue. Ces signaux ont déjà été acquis et exploités par Fontanive en 1992 [Fonta92].

Le rapport de réduction est de 56/15. La roue est menante, sa fréquence de rotation est de 12.5Hz, et sa fréquence d'engrènement est de 700hz. De plus les signaux ont été acquis à une fréquence d'échantillonnage de 6400Hz.

Au cours de l'essai de fatigue, quinze mesures ont été réalisées. À partir de la dixième mesure, la surface de contact de la roue présente un écaillage grandissant qui conduit à la rupture d'une dent lors du quinzième relevé. Le pignon reste sain.

La Figure 67 montre l'évolution des pics cepstraux, de leur somme et de l'IDCN  $d(t)$  en fonction des numéros d'acquisition.

Entre la première et la neuvième acquisition, il n'y a pas de défaut apparent et la somme des premiers pics est pratiquement constante et voisine de 0.15. Cette faible valeur indique qu'il s'agit de signaux fortement bruités, ou comportant une contribution indépendante de l'engrènement. On constate qu'à la dixième acquisition, un défaut apparaît sur la roue de 56 dents, le signal d'engrènement augmente par rapport au bruit (supposé de variance constante), en conséquence la somme des premiers pics se rapproche de 0.5.

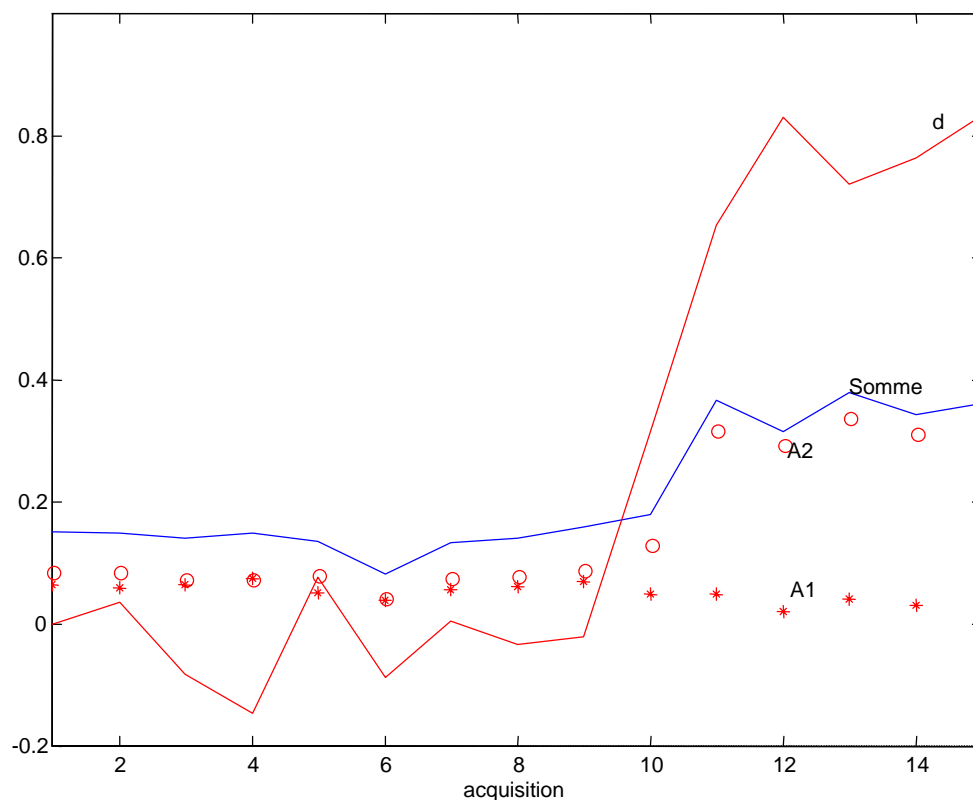


Figure 67 : Évolution des pics cepstraux  $A_1$  et  $A_2$ , de leur somme et de l'IDCN  $d(t)$  en fonction des numéros d'acquisition

Ces résultats correspondent à ceux de la référence [Fonta92], obtenus également à partir du cepstre d'énergie. Nous apportons en plus une justification théorique de ces résultats.

#### IV.D.2.c. Détermination d'un seuil de détection

La prise de décision en ce qui concerne la présence ou non d'un défaut à partir de l'indicateur  $d$ , peut être définie à partir du dépassement ou non d'un seuil. Les données expérimentales en notre possession ne nous permettent pas d'illustrer la détermination de ce seuil. Cependant, il est facile d'imaginer qu'à partir d'une étude statistique des échantillons  $d(t)$  lors d'une phase de fonctionnement sain du réducteur, il sera possible de définir ce seuil.

#### IV.D.3. Localisation d'un défaut de type écaillage par le cepstre glissant

On a vu au chapitre 3 que le cepstre d'énergie d'un défaut localisé de type écaillage est entièrement négatif. Cette propriété va être utilisée dans ce qui suit pour déceler la présence ou non d'un défaut d'écaillage.

Les signaux vibratoires traités sont issus du réducteur 20/21, de plus tous les signaux vibratoires présentés sont normalisés à puissance constante hors défaut.

La Figure 68 représente la moyenne du signal vibratoire de 50 périodes du pignon. Le signal ayant été acquis sous échantillonnage temporel, cette moyenne a pu être réalisée d'une part grâce à l'excellente régulation de vitesse du réducteur et d'autre par en déterminant la période du pignon à l'aide du cepstre d'énergie. Le réducteur ne comporte aucun défaut. On retrouve le motif périodique, régulier, dû au choc entre denture, modulé en amplitude par le signal dû à la rotation du pignon.

Sur la Figure 69 est représentée l'intégrale du cepstre glissant (ICG filtré médian) calculé sur le signal vibratoire. Une fenêtre rectangulaire est utilisée pour le calcul, la taille de la fenêtre est prise égale à la période d'engrènement du signal. A partir de cette courbe aucune conclusion sur la présence d'un défaut ne peut être faite.

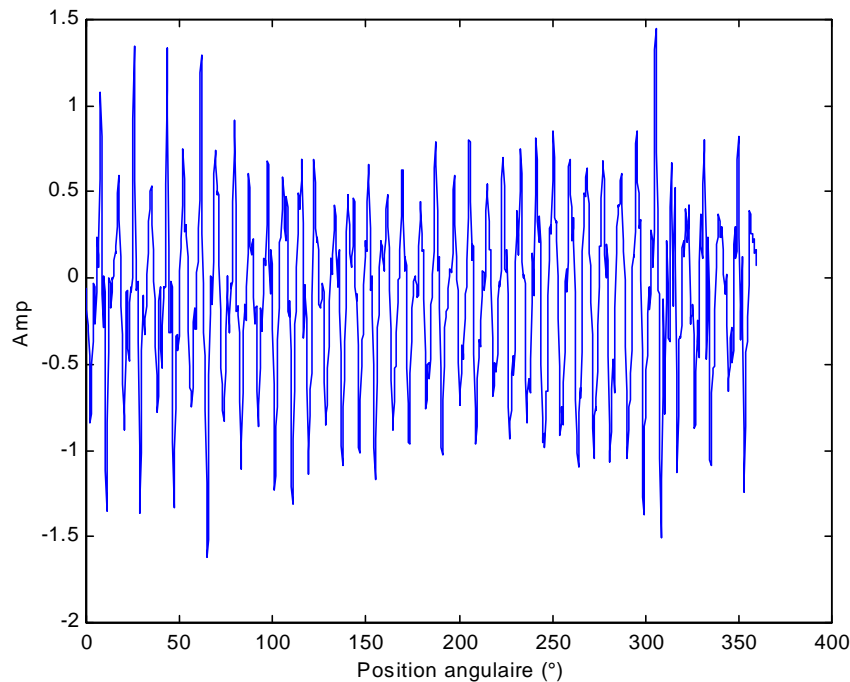


Figure 68 : moyenne synchrone, réducteur sain

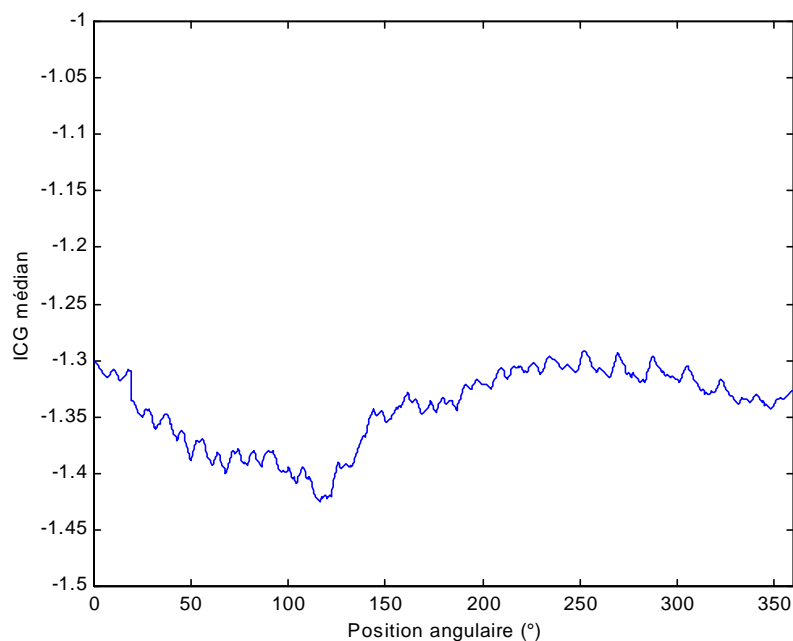


Figure 69 : cepstre glissant, réducteur sain

La Figure 70 représente le signal moyenné dans le cas où le réducteur comporte deux défauts d'écaillage sur les dents 1/2 et 15/16 du pignon (jour 10).

On note sur la moyenne deux légères irrégularités du signal vibratoire aux positions angulaires 50° et 300°. Sur l'ICG obtenu après un filtrage médian (Figure 71), on observe deux puits négatifs à ces deux positions, indiquant ainsi la présence de la signature accélérométrique du défaut d'écaillage. La différence angulaire de ces deux puits est de 250°, ce qui correspond à un pas de 14 dents du pignon. Ces résultats concordent avec le rapport d'expertise.

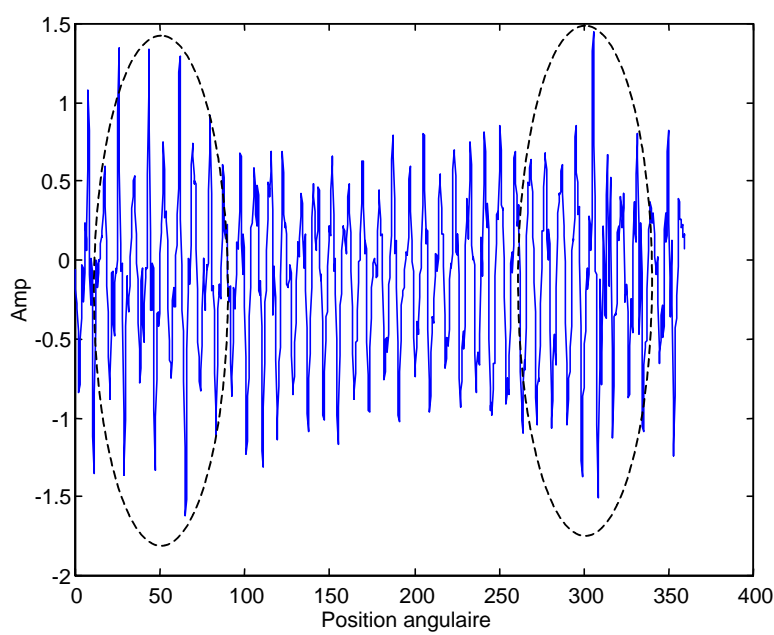


Figure 70 : moyenne synchrone, réducteur comportants deux défauts d'écaillage

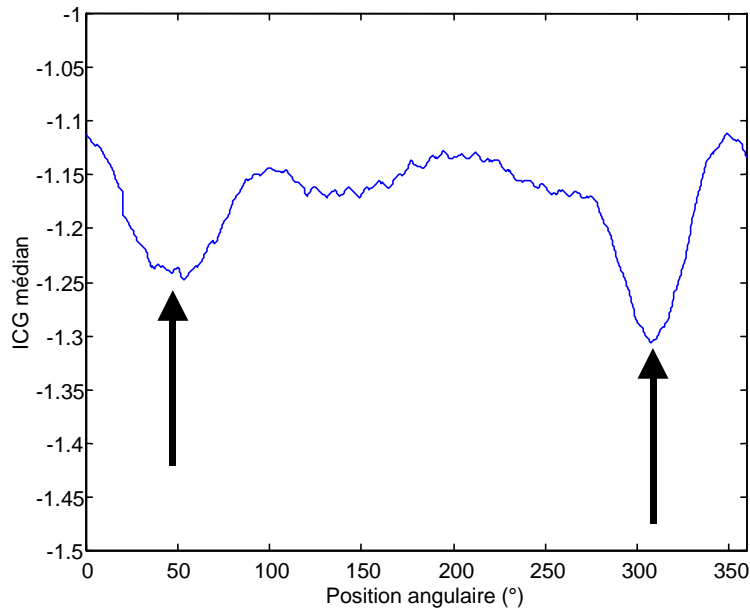


Figure 71 : cepstre glissant, réducteur comportant deux défauts d'écaillage

La Figure 72 correspond au jour d'acquisition 11, le réducteur comportant un gros défaut d'écaillage.

Sur le signal vibratoire et sur l'ICG (Figure 72 et Figure 73), on note clairement, à 130°, le motif correspondant à la position où il y a eu choc entre la dent défectueuse du pignon et une dent de la roue. L'absence du deuxième défaut est probablement due à un effet d'un rodage.

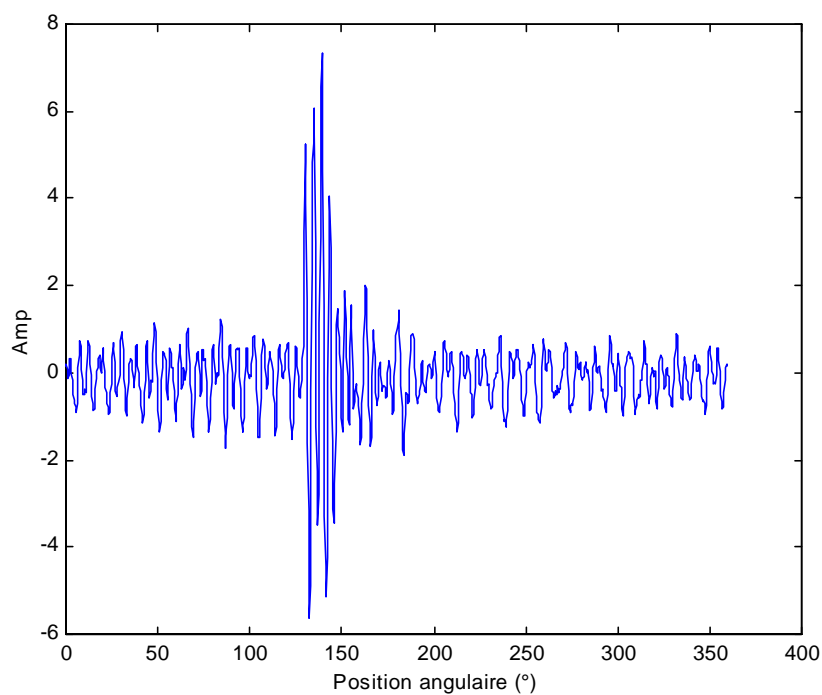


Figure 72 : moyenne synchrone, jour 11.

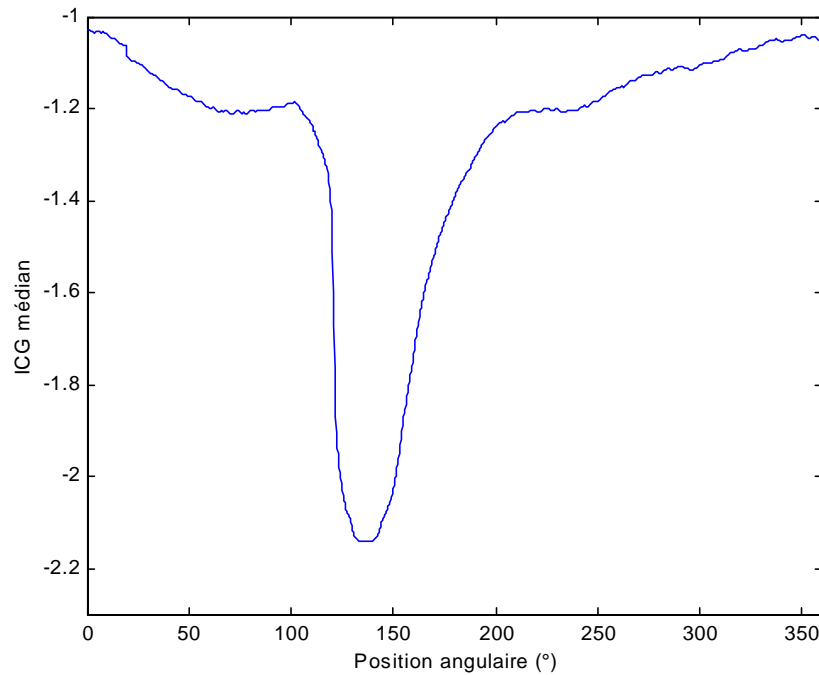


Figure 73 : cepstre glissant, jour 11.

Il faut noter, que l'utilisation des techniques de détection d'enveloppe donne des résultats similaires pour les gros défauts. Cependant, elles donnent de moins bons résultats pour les défauts légers. Comme en témoigne la Figure 74 qui représente l'enveloppe du signal moyenne synchrone, pour le cas du jour 10, le résultat est plus contrasté que l'ICG de la Figure 71.

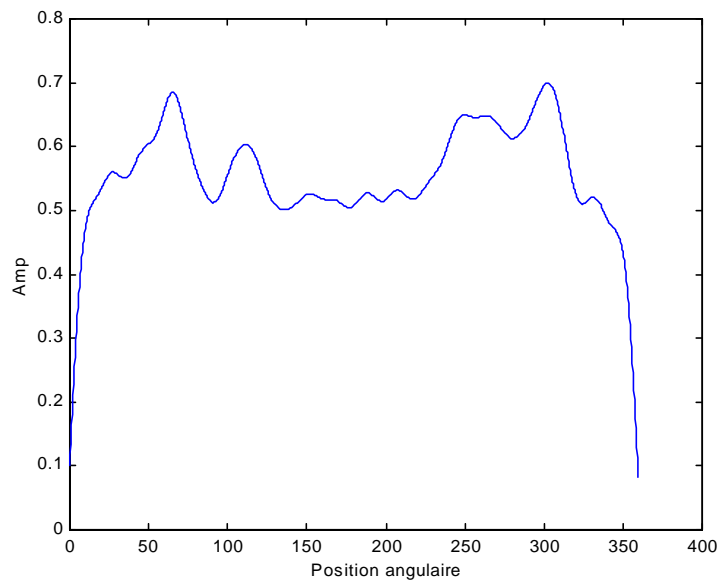


Figure 74 : enveloppe du signal moyenne synchrone (jour 10).



#### IV.E. Conclusion

Les signaux de simulation obtenus à partir du modèle mécanique établi au chapitre un concorde assez bien avec les signaux réels. Les quelques différences observées à la fois sur la cohérence spectrale et la transformée de Wigner-Ville concerne certains modes propres dont la fréquence naturelle est légèrement différente de celles observées sur les signaux réels. Cette différence peut certainement s'expliquer en partie par le fait que dans le modèle numérique, le carter du réducteur n'a pas été pris en compte.

L'analyse paramétrique entre denture droite et denture hélicoïdale en présence d'un défaut de type écaillage a permis de mettre en évidence une détection d'avarie plus précoce en denture hélicoïdale qu'en denture droite.

Le diagnostic des réducteurs complexes à engrenages est rendu aisé par l'utilisation du moyennage synchrone des signaux vibratoires acquis sous échantillonnage angulaire. En effet, il permet de séparer de manière indépendante l'influence de chaque engrènement du réducteur, on se ramène donc au cas d'un réducteur simple train. Il est alors possible en utilisant des méthodes de diagnostic de mettre en évidence les organes mécaniques défectueux.

L'utilisation de l'indicateur différentiel cepstral normalisé dans le cas de diagnostic de réducteur industriel simple train, donne d' aussi bon résultat que le diagnostic obtenu par analyse du réducteur par un expert. De plus son indépendance vis à vis du bruit, de la position du capteur et de l'amplitude du signal en fait un outil de diagnostic particulièrement robuste en milieu industriel. Le cepstre glissant permet de déceler des signatures de défauts d'écaillage présents dans un signal vibratoire, c'est donc un outil dédié à la détection des défauts de type écaillage. Il permet aussi de localiser le cas échéant les dents abîmées dans un réducteur.

## **CONCLUSION GENERALE**

# **CONCLUSION GENERALE**

Compte tenu des propriétés du cepstre, on sait qu'à partir d'un signal émis par un engrenement, il est capable de fournir des informations indépendantes de l'amplitude du signal et de la position du capteur, mais jusque là sans savoir lesquelles. Nos calculs nous ont permis d'isoler la partie invariante de cette information : la somme des premiers pics des peignes associés à chaque organe tournant ne peut pas dépasser la valeur 0.5. Ce résultat explique alors le comportement souvent constaté du cepstre d'énergie lors de la naissance d'un défaut, à savoir l'augmentation des pics du peigne associé à l'organe défectueux, au détriment des autres.

Sur la base de ces résultats, nous proposons un indicateur robuste d'avaries : indépendant de la position du capteur, de l'amplitude des signaux et du rapport signal à bruit. Lorsque les signaux sont acquis sous échantillonnage angulaire, le moyennage synchrone permet d'isoler chacun des engrenements d'un réducteur complexe. Cet indicateur a donc été défini pour un engrenage simple train, et fournit un seul paramètre facilement interprétable : valeur nulle en l'absence de défaut et tendance vers + ou - 1, selon que la roue ou le pignon développe un défaut. Il ne doit pas être considéré comme un détecteur absolu, mais comme un révélateur : c'est un outil de surveillance qui doit être initialisé à zéro pendant une phase de fonctionnement sain du réducteur. Son utilisation sur des cas concrets de diagnostic a montré son efficacité, puisqu'il a permis par exemple, de déceler la présence d'un défaut le jour même de sa manifestation constatée par un expert.

La modélisation numérique d'un train d'engrenage et des défauts de dentures nous a permis d'avoir une première approche du comportement dynamique des réducteurs à engrenages. Nous avons pu vérifier que les signaux issus des simulations possèdent les caractères essentiels des signaux réels : cohérence aux fréquences d'origine cinématique, même comportement cepstral. Ils nous ont permis de réaliser une étude paramétrique de la sensibilité du révélateur de défaut. Il s'est avéré que la détection est plus aisée sur les dentures hélicoïdales que sur les dentures droites. Cette constatation s'explique en partie par le fait qu'en fonctionnement sain, les dentures hélicoïdales sont plus silencieuses, le contraste est donc plus important lorsqu'apparaît le défaut.

Les simulations nous ont permis également d'isoler et d'analyser l'onde générée par un écaillage, les résultats sont en accord avec les principes du modèle mécanique, c'est à dire confirment que l'excitation est la dérivée seconde d'une porte. Les manifestations spectrales de cette signature ont été retrouvées sur des signaux réels. En conséquence, nous avons montré que l'écaillage peut être facilement localisé par le cepstre d'énergie grâce à deux de ses propriétés : le cepstre de la signature est strictement négatif et cette signature est séparée par la déconvolution. Cela nous a conduits à définir un outil de localisation d'écaillage : l'Intégrale du Cepstre Glissant (ICG).

Nous poursuivons actuellement nos travaux, d'une part pour essayer d'expliquer théoriquement l'existence des modulations d'amplitude des peignes du cepstre d'énergie de signaux d'engrenement et d'autre part pour améliorer le rapport signal à bruit au niveau de l'estimation du cepstre expérimental.

**REFERENCES**

[Aatol90] Aatola S., Leskinen R., « Cepstrum analysis predicts gearbox failure », noise control engineering journal, vol. 34 N° 2 march-avril, 1990, pp.53-59.

[Alata94] Alattass M., « Maintenance des machines tournantes : Signatures de défauts d'engrenages droits et hélicoïdaux », Thèse de l'INSA de Lyon, 1994, pp.1-198.

[Alata95] Alattass M., Mahfoudh J., Play D., « Etude morphologique des signaux vibratoires : Identification des défauts des engrenages droits et hélicoïdaux », 2<sup>ème</sup> conf. inter. Méthode de surveillance, Senlis France, 10-12 oct 1995, vol. 1, pp.465-474.

[Ander58] Anderson T. W., « An introduction to multivariate statistical analysis », Wiley Publication in Statistics, 1958, pp. 259-262.

[Astra97] Astrade-Carencotte F., Chiollaz M., Gache N., Jourlin M., « Détection de modulations linéaires de fréquence par traitement d'image sur la distribution de Wigner-Ville », 16ème colloque GRETSI, 15-19 septembre 1997, pp.243-246.

[Aubli92] Aublin M., et al. « Systèmes Mécaniques. Théorie et dimensionnement », Dunod, Paris, 1992, pp.1-657.

[Ballu79] Balluet, « Les opérateurs cepstres. Application à la séparation d'échos rapprochés », thèse de l'INPG, 1979, pp.1-125.

[Benda93] Bendat S. J., Piersol A. G., « Engineering applications of correlation and spectral analysis », 2nd edition, a Wiley-Interscience 1993, pp.1-458.

[Benne88] Bennevault B., « Détection précoce et analyse des défauts dans les roulements : analyse d'enveloppe et facteur de crête », matériaux mécanique électricité N°427 septembre 1988.

[Bigre95] Bigret R., De Sloovere P., Hays G., Lassoued M., « Applications industrielles de la transformée de Wigner-Ville », 2<sup>ème</sup> conf. inter. Méthode de surveillance, Senlis France, 10-12 oct 1995, vol. 1, pp. 315-326.

[Boger63] Bogert B.P., Healy M.J.R., Tukey J.W., « The quefrency analysis of time series for echoes : Cepstrum, pseudo-autocovariance, cross-cepstrum and saphe cracking ». Proc. symp. time series analysis, M. Rosemblah (ed.), New York, Woley, 1963, pp. 209-243.

[Bouil98] Bouillaut L., Sidahmed M., « Approche cyclostationnaire et bilinéaire des signaux vibratoires d'engrenage », 3ème conf. inter. Méthode de surveillance, Senlis France, 13-15 oct 1998, vol. 1 pp. 323-332.

[Boule95] Boulenger A., Pachaud C., « Surveillance des machines par analyse des vibrations. Du dépistage au diagnostic », Afnor 1995, pp. 1-213.

[Boule98] Boulenger A., Pachaud C., « Diagnostic vibratoire en maintenance préventive », Dunod, Paris, 1998, pp.1-299.

[Braun86] Braun S., « Mechanical signature analysis, theory and applications », academic

press 1986, pp.1-385.

[Braun80] Braun S., Seth B., « Analysis of repetitive mechanism signatures », journal of sound and vibration ,1980, pp.513-526.

[Brenn97] Brennan M. J., Chen M. H., Reynolds A. G., « Use of vibration measurements to detect local tooth defects in gears », sound and vibration, november 1997.

[Broug85] Brougham M. J. D., « The intégration of healts monitoring techniques for helicopter gearbox », eleventh european rotorcraft forum, september 10-13 1985.

[Cahou99] Cahouet V., El Badaoui M., Velez P., Guillet F., Danière J., « Simulation numériques et détection d'avaries sur les dentures d'engrenages cylindriques », Proc. 4<sup>ème</sup> Congrès Mondial des Engrenages et Transmissions, Paris, 16-18 mars 1999.

[Capde92a] Capdessus C., « Aide au diagnostic des machines tournantes par traitement du signal », thèse de l'INPG, 1992, pp.1-114.

[Capde92b] Capdessus C., Sidahmed M., « Analyse des vibrations d'un engrenage : cepstre, corrélation, spectre », traitement du signal, 1992 vol. 8 N°5 pp.365-371.

[Capde95] Capdessus C., Sidahmed M., Lacoume J.L., « Apport de la théorie des processus cyclostationnaires à l'analyse et au diagnostic des engrenages », 2ème conf. inter. méthode de surveillance, Senlis France, 10-12 Octobre 1995, vol. 1 pp. 391-401.

[Capde98] Capdessus C., Saboni O., « Cohérence et cohérence spectrale : application à la modélisation de la propagation à travers des éléments tournants », 3<sup>ème</sup> conf. inter. Méthode de surveillance et techniques, Senlis France, 13-15 oct 1998, vol. 2, pp.301-401.

[Capon69] Capon J., « High resolution frequency wavenumber spectrum analysis », Proc. IEEE, vol. 57, august 1969, pp. 1408-1418.

[Carre90] Carreau D., « Surveillance des roulements par l'analyse des vibrations », CETIM information N°115, avril 1990.

[Casin] Cassini G ; D'Ambrogio W., Sestieri A., « Frequency domain vs. Cepstrum technique for machinery diagnostics and input waveform reconstruction », ISMA21 Noise and vibration engineering.

[Child77] Childers D. G., Skinner D. P., Kemerait R. C., « The Cepstrum : A guide to processing », Proc. Of the IEEE, october 1977, vol. 65 N°10 pp.1428-1443.

[Chioll92] Chiollaz M., Favre B., « Caractérisation fine de bruits moteur par analyse temps-fréquence de Wigner-Ville », traitement du signal, 1992, vol. 8 N°5, pp.301-318.

[Chioll87] Chiollaz M., Flandrin P., Gache N., « Utilisation de la représentation de Wigner-Ville comme outil de diagnostic des défauts de fonctionnement des moteurs thermiques », 11<sup>ème</sup> Colloque GRETSI, Nice 1987, pp 579-582.

[Choy96] Choy F.K, Polyshchuk V., Zakrajsek J. J. et al., « Analysis of the effects of

surface pitting and wear on the vibration of a gear transmission system », tribology international, vol. 29 N°1 1996, pp.77.

[Crapa95] Crapart F. « Implantation d'algorithmes rapides sur processeur de traitement du signal. Application à l'analyse vibratoire de machines tournantes », thèse de l'Université de Reims Champagne-Ardenne, 1995.

[Davai90] Davaine J., Antalovsky S., « Analyse aux ordres par acquisition synchrone et par acquisition à fréquence fixe », mécanique matériaux électricité N°435, septembre-octobre-novembre 1990, pp.67-71.

[Dron95] Dron J. P., « Élaboration et adaptation d'outils pour l'étude et le suivi de l'endommagement de composants mécaniques par analyse vibratoire. Application à la maintenance conditionnelle des paliers à roulements », Thèse de l'UFR de Reims, 1995, pp.1-206.

[Drosj77] Drosjack M. J., Houser D. R., « An experimental and theoretical study of the effects of simulated pith line pitting on the vibration of geared system », ASME september 1977.

[Droui93] Drouiche K., « Quelques techniques du traitement du signal pour la maintenance prédictive », Thèse de l'ENST de Paris, 1993.

[Droui92] Drouiche K., Sidhamed M., Y. Grenier, « Détection de défauts d'engrenages par analyse vibratoire », traitement du signal, vol 8 N° 5, 1992 p 331.

[Elbad97a] El Badaoui M., Nejjar N., Guillet F., Martini P., Danière J., « Analyse vibratoire d'un engrenage », In Proc. 4<sup>ème</sup> Congrès Français d'Acoustique, Marseille, 14-18 avril 1997.

[Elbad97b] El Badaoui M., Guillet F., Nejjar N., Martini P., Danière J., « Diagnostic d'un train d'engrenages par analyse cepstrale synchrone », In Proc. 16<sup>ème</sup> Colloque GRETSI, Grenoble, 15-19 septembre 1997.

[Elbad98] El Badaoui M., Guillet F., Danière J., « Contribution du cepstre d'énergie au diagnostic de réducteurs complexes à engrenages », 3<sup>ème</sup> Conférence Internationale Méthodes de surveillance et Techniques de Diagnostic Acoustique et Vibratoire, Senlis, France, 13-15 octobre 1998.

[Elbad99] El Badaoui M., Cahouet V., Guillet F., Danière J., Vex P., « Modelling and detection of localized tooth defects in geared systems », ASME Design Engineering Technical Conferences : Dynamics and Vibration of Geared Systems, Las Vegas, USA, 1999 September 12-15.

[Elbad96] El Badaoui M., « Étude de l'apport d'une acquisition synchrone en analyse vibratoire de machines tournantes », Rapport de DEA, LASPI, Roanne, septembre 1996, pp.1-76.

[Fland92] Flandrin P., « Méthodes temps-fréquence et temps-échelle pour l'analyse des signaux de vibrations et de chocs », Progrès récents des méthodes de surveillance

acoustiques et vibratoires, Senlis 27-29 octobre 1992, pp.69-72.

[Fland93] Flandrin P., « Temps-fréquence », traité des nouvelles technologies, coll. Hermes 1993.

[Fonta92] Fontanive C., Prieur P., « Surveillance et diagnostic des engrenages », Progrès récents des méthodes de surveillance acoustiques et vibratoires, Senlis, 27-29 octobre 1992, pp.639-649.

[Fourn92] Fournel T., Danière J., Moine M., Pigeon J., Courbon M., Schon J.P., « Utilisation du cepstre d'énergie pour la vélocimétrie par images de particules », traitement du signal, 1992, vol.9 n°3, pp 267-271.

[Gabor46] Gabor D., « Theory of communication », J. IEE, vol.93, N°3, 1946, pp. 429-457.

[Gao98] Gao Y., Randall R.B., Ford R., « Estimation of envelope spectra using maximum entropy sepectral analysis and spectrum interpolation », international journal of comadem, 1998, pp.15-22.

[Gardn91] Gardner W., « exploitation of spectral redundancy in cyclosationary signals », IEEE sp magazine, avril 1991, pp.14-36.

[Gelle95] Gelle G., Crapart F., Moineau A., Delaunay G., « Diagnostic de roulements défectueux sur des machines tournantes à l'aide de méthodes statistiques », 2<sup>ème</sup> conf. inter. Méthode de surveillance, Senlis France, 10-12 oct 1995, vol. 2 pp. 969-974.

[Girau90] Giraud P., Giraudeau A., Soubie A., D'hamonville M. T., « Dispositif d'échantillonnage synchrone pour machines tournantes à fort gradient de vitesse », mécanique matériaux électricité, N°435, septembre-octobre-novembre 1990.

[Grego63] Gregory R. W., Harris S. L., Munrot R. G., « Torsional motions of a pair of spur gears », Proc. Inst. Mech. Engrs, 1963-64, N°178, pp. 166-173.

[Grena58] Grenander U., Szegö G., « Toëplitz forms and their applications », Univesity of California Press, 1958.

[Gross84] Grossmann A., Morlet J., « Decomposition of hardy functions into square integrable wavelets of constant shape » SIAM J. Math. Anal., 1984, 15, 723-736.

[Harri58] Harris S. L. "Dynamics loads on the teeth of spur gears", Proc. Inst. Mech. Engrs, 1958, vol. 172, pp.87-112

[Hassa76] Hassab J. C., Boucher R., « A probabilistic analysis of time delay extraction by the cepstrum in stationary gaussman noise », IEEE transaction on information theory, vol. IT 22 N°4, july 1976.

[Henri61] Henriot G., « Traité théorique et pratique des engrenages », Dunod paris 1961, tome 2, pp.1-543.



[Henri68] Henriot G., « Traité théorique et pratique des engrenages », Dunod paris 1968, tome 1, pp.1-554.

[Kay71] Kay S. M., Marple S. L., « Spectrum analysis : a modern perspective », Proc. of the IEEE vol. 69 N°11, november 1971.

[Kassa92] Kassai A., Mathieu J. P., Chahmirian G., « Sirènement de dentures : Composantes non harmoniques de l'engrènement liées à la rectification par génération », Proc. Of the 3<sup>rd</sup> World Congress on gearing and power transmission, Paris, 1992, vol. 2, pp. 853-864.

[Kim92] Kim J. T., Lyon R. H., « Cepstral analysis as a tool for robust processing deverbation and detection of transients », Mechanical systems and signal processing, 1992, pp.1-15.

[Lacou97] Lacoume J.L., Amblard P. O., Comon P., « Statistiques d'ordre supérieur pour le traitement du signal », Masson 1997 pp.1-290.

[Lawre87] Lawrence S., Marple Jr., « Digital spectral analysis with applications », Prentice Hall, 1987, pp. 1-492.

[Lebal95] Lebal I.M., Brie D., Begotto V., Tomczak M., « Détection de défauts d'engrenage par démodulation simultanée d'amplitude et de phase ». 2<sup>ème</sup> conf. inter. Méthode de surveillance, Senlis France 10-12 oct 1995 vol. 2, pp. 415-425.

[Leduc95] Leducq D., Schelegel R., « Apports de l'analyse par ondelettes en surveillance et diagnostic sur installations industrielles ». 1<sup>ère</sup> conf. Inter. Sur les Meth. de Surv. et tech. de diagnostic acoustique et vibratoire, Senlis France, 27-29 Oct. 1995 vol. 2, pp. 863-872.

[Lin97] Lin S.T., McFadden P.D., « Gear vibration analysis by B-spline wavelet-based linear wavelet transform », Mech. Syst. & Sign. Proc., vol. 2, N°4, 1997, pp.603-609.

[Lyon87] Lyon R. H., « Machinery noise and diagnostics », Butterworths 1987, pp.1-299.

[Maata95] Maatar M., « Contribution à l'analyse du comportement dynamique de réducteurs à engrenages simple étage. Influence des écarts de forme et des défauts de montage », thèse de l'INSA de lyon, 1995, pp.1-192.

[Mark78] Mark W. D., « Analysis of the vibratory excitation of gear systems : Basic theory », J. acoust. Soc. Am. May, 1978, pp.1409-1430.

[McFad86] McFadden P. D., « Detection fatigue cracks in gears by amplitude and phase demodulation of the meshing vibration », journal of vibration, acoustics, stress, and Reliability in design april, 1986, vol. 108/165.

[McFad87] McFadden P. D., « Examination of a technique for the early detection of failure in gears by signal processing of the time domain average of the meshing vibration », Mechanical systems and signal processing 1987 pp.173-183.

[McFad85a] McFadden P. D., « Low frequency vibration generated by gear tooth impacts

», NDT International vol. 18 N°5, october 1985, pp.279-282.

[McFad85b] McFadden P.D., Smith J.D.. « A signal processing technique for local defects in gear detection from the signal average of the vibration », Pro. Instr. Mech. Eng., vol 199 n°4 1985, pp. 287-292.

[Meye90] Meyer Y., « Ondelettes et opérateurs I. Ondelettes », Hermann, Paris, 1990.

[Oda87] Oda S., Koide T., Yokoyama J., « Study on dynamic behavior of WN gears », JSME international journal, vol. 30 N°269, 1987, pp.1812-1818.

[Oehl95] Oehlmann H., Brie D., Begotto V., Tomczak M., « Analyse temps fréquence de l'écaillage d'engrenage de boîte de vitesses », 2ème conf. inter. Méthode de surveillance, Senlis France 10-12 oct 1995 vol. 1, pp. 243-253.

[Oppen89] Oppenheim A. V., « Discrete-Time signal processing », Prentice Hall, 1989, pp.1-879.

[Oppen65] Oppenheim A.V. « superposition in a class of no linear systems », Techn. Rept 432, Research Laboratory of Electronics, MIT, Cambridge, Mass., March 1965.

[Pacha92] Pachaud C., « Détection des défauts électromagnétiques dans les moteurs asynchrones de grande puissance par analyse spectrale des vibrations et du courant d'alimentation, et par démodulation amplitude/fréquence des composantes cinématiques de base », Progrès récents des méthodes de surveillance acoustiques et vibratoires, Senlis France, 27-29 oct 1992 pp. 73-82.

[Randa75] Randall R.B., « Gearbox fault diagnosis using cepstrum analysis », Proc. 5<sup>th</sup> World Congr. Theory of Machines and Mechanisms, I. Mech. E., London, vol. 1, pp. 169-174.

[Randa82] Randall R. B., « A new method of modeling gear faults », Journal of Mechanical Design, April 1982, vol. 104, pp. 259-267.

[Randa80a] Randall R. B., « Advances in the application of cepstrum analysis to gearbox diagnosis », I Mech E, 1980, pp.169-174.

[Randa80b] Randall R. B., « Cepstrum analysis and gearbox fault diagnosis», édition 2, bulletin technique bruël&Kjaer, application note, 1980, pp.1-19.

[Randa97] Randall R. B., « Developments in digital analysis techniques for diagnostics of bearings and gears », fifth international congress on sound and vibration adelaide south australia, december 15-18 1997.

[Randa95a] Randall R. B., Sidahmed M., « Gear transmission error measurement as a diagnostic tool », 2ème conf. inter. Méthode de surveillance, Senlis France, 10-12 oct 1995 vol. 2, pp. 427-438.

[Randa95b] Randall R.B., Y. Li J., « Modified envelope analysis for diagnostics of planetary gear bearings », machine vibration, 1995, pp.185-191.

[Rasol93] Rasolofondraibe L., Dron J. P., Pavan A., Couet C., « Application des méthodes paramétriques adaptatives à la surveillance d'une presse d'emboutissage », revue d'automatique et de productique appliquées, 1993, vol. 6, N°4, pp.365-383

[Remme78] Remmers E. P., « Gear mesh excitation spectra for arbitrary tooth spacing errors, load and design contact ratio », journal of mechanical design, october 1978, vol.100.

[Sabot90] Sabot J., Brière P., Perret-Liaudet J., « Comportement vibratoire des transmissions à engrenages : origines, caractéristiques et conséquences », mécanique matériaux électricité N°434, mai-juin 1990, pp.79-80.

[Sabot94] Sabot J., Ducret P., Peret-Liaudet J., « Calcul du bruit rayonné par une boîte de vitesses simplifiée », mécanique industrielles et matériaux, vol.47 N°2, juin 1994, pp.300-302.

[Stras94] Staszewski W. J., Tomlinson G. R., « Application of the wavelet transform to fault detection in a spur gear », Mechanical systems and signal processing, 1994, pp. 289-307.

[Stewa80] Stewart R. M., « The specification and development of a standard for gearbox monitoring », I Mech E 1980, pp.353-358.

[Taylo80] Taylor J. I., Gardinier, Inc, « Fault diagnosis of gears using spectrum analysis », I. Mech E., 1980, pp.163-168.

[Tupli50] Tuplin W. A., « Gear tooth stresses at high speed », Proc. Inst. Mech. Engrs, 1950, vol.163.

[Umeza86] Umezawa K., Suzuki T., Sato T., « Vibration of power transmission helical gears », bulletin of JSME, vol. 29 N°251, May 1986, pp.1605-1611.

[Umeza89] Umezawa K., « The performance diagrams for the vibration of helical gears », Proc. 5<sup>th</sup> ASME, Int. Power Transmission and Gearing Conf., Chicago 1989, vol. 1, pp. 399-408.

[Velex88] Velex P., « Contribution à l'analyse du comportement dynamique des réducteurs à engrenages à axes parallèles », Thèse de l'INSA de Lyon, 1988, pp. 1-188.

[Velex95] Velex P., Document de synthèse – résumé des travaux, HDR de l'INSA de Lyon, 1995, pp.1-153.

[Velex96] Velex P., Maatar M., 'A mathematical model for analysing the influence of shape deviations and mounting errors on gear dynamic behaviour », Journal of sound and vibration 1996, vol. 191, N°5, pp.629-660.

[Ville48] Ville J., « Théorie et applications de la notion de signal analytique », Câbles et transm., 2<sup>ème</sup> A., N°1, 1948, pp. 61-74.

## *Références*

---

[Welbo79] Welbourn D. B., « Fundamental knowledge of gear noise a survey », I Mech E 1979.

## **ANNEXES**

## ANNEXE A

Estimation de  $\ln|B(v)|$ 

Soit  $b(t)$ , un bruit blanc gaussien d'écart type  $\sigma_b$  et de taille  $N$ .

Et soit  $B=TF[b(t)]$ , transformée de Fourier de  $b(t)$

avec  $B = X + iY$ , variable aléatoire complexe où  $X$  et  $Y$  sont indépendantes et suivent une loi gaussienne, avec dans le cas de calcul numérique :

$$X \text{ et } Y \Rightarrow N\left(0, \frac{N\sigma_b^2}{2}\right)$$

On s'intéresse à la variable  $U = \ln|B(v)|$

Or on sait que  $R = |B(v)|$  suit la loi de Rayleigh de densité de probabilité :

$$p(R) = \frac{R}{\sigma^2} e^{-\frac{R^2}{2\sigma^2}} \text{ avec } 0 \leq R < \infty$$

$$\text{avec } \sigma^2 = \frac{N\sigma_b^2}{2}$$

à partir de cette densité de probabilité on en déduit la densité de probabilité de  $U$  :

$$p(U) = \frac{e^{2U}}{\sigma^2} e^{-\frac{e^{2U}}{2\sigma^2}} \text{ avec } -\infty < U < \infty$$

on aura donc :

$$E[U] = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{u \cdot e^{2U}}{\sigma^2} \cdot e^{-\frac{e^{2U}}{2\sigma^2}} du$$

tout calcul fait on trouve :

$$E[U] = \frac{\ln(N\sigma_b^2) - \gamma}{2}$$

avec  $\gamma = 0.577215$  constante d'Euler.

Pour la variance on trouve :

$$\text{var}(U) = \frac{\pi^2}{24}$$

résultat remarquable, puisque la variance ne dépend pas de l'écart type du bruit  $b(t)$ .

Pour illustrer ces résultats, la figure a<sub>1</sub> représente : Pour la courbe en continue l'estimation théorique de la variable  $U$  en fonction de l'écart type du bruit  $b(t)$ , pour la courbe en pointillée, l'estimation obtenue par simulation sur un bruit blanc gaussien de taille  $N=512$

et dont l'écart type varie de 0 à 1. On note la bonne concordance théorie-simulation numérique.

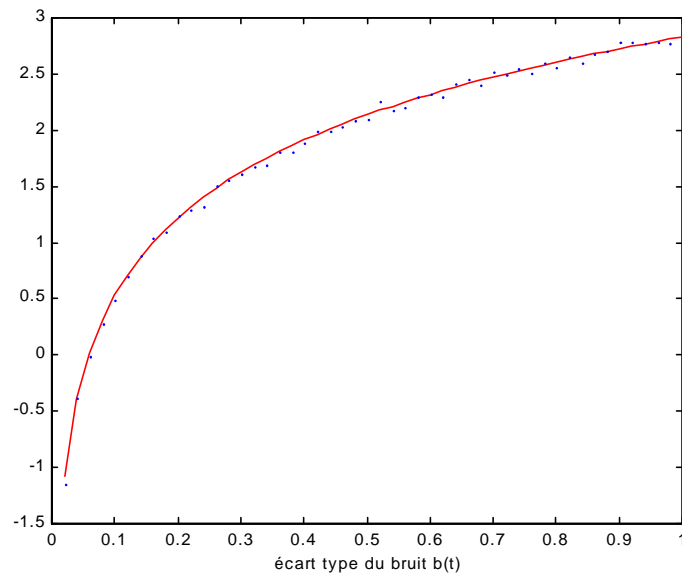


figure a<sub>1</sub> : estimations de la variable  $U$  en fonction de l'écart type du bruit.

## ANNEXE B

Calcul justifiant  $\sum_j C_j = -1$

En reprenant le numérateur de l'équation (70), on peut l'écrire sous la forme :

$$Num = \sum_{k=1}^M \left[ P_k \prod_{n \neq k} (1 - e^{-2\pi i v a_n}) \right] - \sum_{k=1}^M \left[ P_k \cdot e^{-2\pi i v N a_k} \prod_{n \neq k} (1 - e^{-2\pi i v a_n}) \right]$$

mais :

$$\prod_{n \neq k} (1 - e^{-2\pi i v a_n}) = \sum_{j=1}^{2^M-1} \varepsilon_j \cdot e^{-2\pi i v b_j} = 1 + \sum_{j=2}^{2^M-1} \varepsilon_j \cdot e^{-2\pi i v b_j}$$

avec :  $\varepsilon_j = \pm 1$ ,  $b_1 = 0$ ,  $\varepsilon_1 = 1$ ,  $\sum_{j=1}^{2^M-1} \varepsilon_j = 0$ , donc  $\sum_{j=1}^{2^M-1} \varepsilon_j = -1$

on peut donc écrire :

$$Num = \sum_{k=1}^M P_k + \sum_{k=1}^M P_k \left( \sum_{j=2}^{2^M-1} \varepsilon_j \cdot e^{-2\pi i v b_j} \right) - \sum_{k=1}^M P_k \cdot e^{-2\pi i v N a_k} \left( \sum_{j=1}^{2^M-1} \varepsilon_j \cdot e^{-2\pi i v b_j} \right)$$

Compte tenu de la normalisation  $\sum_k P_k = 1$  :

- Le 1<sup>er</sup> terme est l'unité
- Le 2<sup>ème</sup> terme est une somme d'exponentielles dont la somme des coefficients est

$$\sum_k P_k \left( \sum_{j=2}^{2^M-1} \varepsilon_j \right) = \sum_k -P_k = -1$$

- Le 3<sup>ème</sup> terme est une somme d'exponentielles dont la somme des coefficients est

$$\sum_k P_k \left( \sum_{j=1}^{2^M-1} \varepsilon_j \right) = 0$$

Donc le numérateur peut s'écrire :

$$Num = 1 + \sum_j C_j \cdot e^{-2\pi i v d_j}$$

avec  $\boxed{\sum_j C_j = -1}$



## ANNEXE C

**Acquisition synchrone : échantillonnage angulaire**

Les signaux issus des machines tournantes ont des caractéristiques fréquentielles telles que pratiquement toutes les sources vibratoires sont liées à la vitesse de rotation. Lorsque la vitesse de rotation de la machine tournante varie, l'ensemble des spectres des signaux vibratoires évolue aussi. L'analyse synchrone consiste à figer le contenu spectral, quelque soit la vitesse de rotation.

De plus, l'analyse par transformation de Fourier sur des signaux ne contenant pas un nombre entier de cycles dû au non synchronisme entre la vitesse de rotation et la fréquence d'échantillonnage, entraîne des effets de bords.

Afin de palier ces problèmes, il est préférable d'effectuer une acquisition synchrone du signal vibratoire par rapport à la rotation de la machine tournante : la numérisation du signal analogique se fera pour des valeurs constantes de  $\theta$ , position de l'arbre tournant de la machine.

Si l'échantillonnage angulaire est effectué à raison d'une puissance de 2 échantillons par tour, et si le signal est parfaitement cyclostationnaire [capde95], nous nous trouvons dans le cas idéal d'utilisation de la transformation de Fourier discrète, où il n'y a pas d'effets de bords.

**Mise en œuvre**

Il existe plusieurs techniques [Girau90], [Crapa95] et [Davai90] pour acquérir un signal échantillonné de manière synchrone à la vitesse de la machine.

On peut par exemple, à partir d'un top par tour de l'arbre de référence de la machine, rééchantillonner le signal vibratoire en l'interpolant de manière à avoir une fréquence d'échantillonnage proportionnelle à la fréquence de rotation de la machine. Cette solution suppose que la variation de vitesse durant un tour de rotation s'écarte peu d'une variation linéaire.

Une autre solution consiste à positionner solidairement à l'organe tournant, un codeur angulaire [Elbad96], [Elbad97a] délivrant un train de  $N$  impulsions par tour (Figure 75). Les impulsions émises par un tel codeur constituent une horloge d'acquisition à pas angulaire  $\Delta\theta$  constant. Cette solution entraîne que la variable générique des signaux est la position angulaire  $\theta$ , et nous dirons alors que de tels signaux sont acquis sous échantillonnage angulaire.

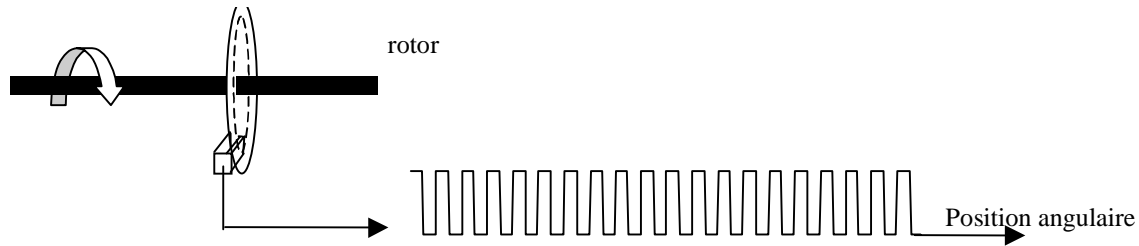


Figure 75 : Schéma de principe de l'échantillonnage angulaire

### Moyennage synchrone

Les signaux vibratoires issus des réducteurs à engrenages acquis sous échantillonnage angulaire sont périodiques. La période dépend de la cinématique du réducteur. Pour un réducteur complexe, la séparation des engrenements par moyennage synchrone consiste à diviser le signal en sections dont la taille  $\theta_0$  correspond à l'angle développé par un nombre de dents égal au plus petit commun multiple (*ppcm*) des nombres de dents de chacune des deux roues participant à l'engrènement, la moyenne de ces sections étant constructive pour la participation de chacune de ces roues et destructive pour les autres ainsi que pour le bruit.

### Effet du moyennage synchrone

Considérons  $M$  réalisations du signal  $s(\theta)$  périodique de période  $\theta_0$  acquis sous échantillonnage angulaire. La moyenne synchrone a pour expression :

$$m_s(\theta) = \frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} s(\theta - k\theta_0)$$

en prenant la TF de la moyenne, on a :

$$M_s(v) = \frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} S(v) \cdot e^{-2\pi j k v \theta_0}$$

on reconnaît une suite géométrique et on peut écrire :

$$M_s(v) = S(v) \frac{1 - e^{-2\pi j M v \theta_0}}{M(1 - e^{-2\pi j v \theta_0})}$$

Le signal moyenne synchrone correspond à la sortie d'un filtre  $H(v)$  dont l'entrée est le signal  $s(\theta)$  de période  $\theta_0$ . On a alors :

$$H(v) = \frac{1 - e^{-2\pi j M v \theta_0}}{M(1 - e^{-2\pi j v \theta_0})} = \frac{1}{M} \frac{\sin(\pi M \frac{v}{v_0})}{\sin(\pi \frac{v}{v_0})} e^{-\pi j (M-1) \frac{v}{v_0}}$$

avec  $v_0 = \frac{1}{\theta_0}$  fréquence naturelle du filtre.

Le filtre a pour module :

$$|H(v)| = \frac{1}{M} \frac{\sin(\pi M \frac{v}{v_0})}{\sin(\pi \frac{v}{v_0})}$$

et pour phase :

$$\phi_H(v) = -\pi(M-1) \frac{v}{v_0}$$

La réponse fréquentielle de ce filtre est donnée sur la Figure 76. C'est un filtre en peigne (comb filter) à phase linéaire [Braun86], [Braun80]. Les composantes fréquentielles du signal  $s(\theta)$  qui sont des harmoniques de la fréquence naturelle sont transmises avec un gain unité et sans décalage de phase. Les lobes principaux ont pour largeur de bande :

$$2 \frac{v}{v_0} \Big|_{-3db} \approx \frac{0.9}{M}$$

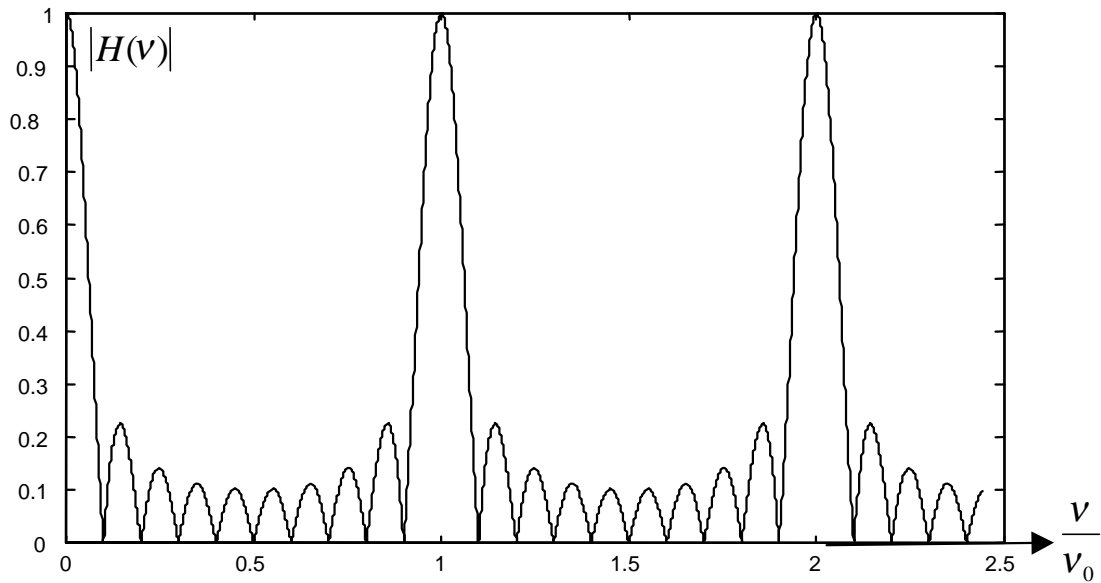


Figure 76 : Module de la transmittance du filtre en peigne pour  $M=10$

### **Réduction du bruit et des fréquences parasites**

La largeur de bande de bruit équivalente a pour valeur  $\frac{1}{M}$ , cela veut dire que pour un bruit blanc additionnel, le moyennage synchrone réduit la variance en  $\frac{1}{M}$ .

Dans le cas d'une composante sinusoïdale indésirable, il est possible de définir la valeur de  $M$  minimale pour laquelle on voudrait réduire son influence d'un facteur  $f$  (Figure 77). Cette valeur  $M$  est donnée par l'expression :

$$M \geq \frac{1}{f \sin(\pi \frac{v}{v_0})}$$

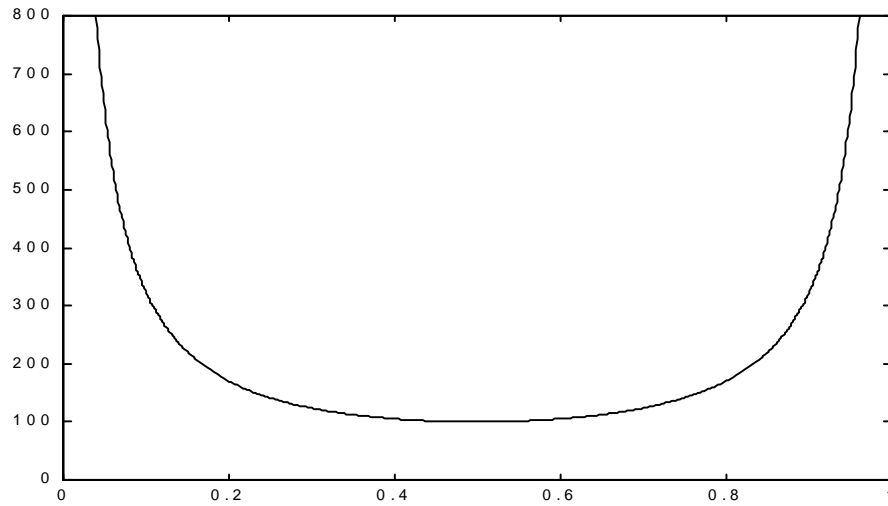


Figure 77 : Nombre de moyennes  $M$  à réaliser pour un facteur de réduction  $f=0.01$ , en

fonction de la fréquence réduite  $v_r = \frac{v}{v_0}$

L'allure de la courbe montre que plus la fréquence indésirable est proche de la fréquence naturelle du filtre(ou des multiples de la fréquence naturelle), plus le nombre de moyennes à réaliser est important.