SYS 865 Vibrations expérimentales

Le traitement du signal

Objectifs spécifiques

- Ce cours vise à développer des aptitudes chez l'étudiant en
- ➢ techniques de mesure des vibrations de machines et
- ➢ en analyse modale.
- A la fin du cours, l'étudiant devrait pouvoir maîtriser :
- ➢ Les techniques d'acquisition de données
- ➢ les techniques de diagnostic des défauts de machines par surveillance vibratoire.
- ➢ Les techniques d'analyse modale expérimentale

Stratégies pédagogiques

- • 3 h 00 de cours par semaine.
- • 4 laboratoires en équipe permettant à l'étudiant d'appliquer ses connaissances.
- • 1 projet individuel de mesure vibratoire (sujet libre).

1. Traitement du signal

- Signal temporel : niveau crête, niveau efficace, facteur de crête, Kurtosis, application du signal temporel pour évaluer la gravité de la vibration d'une machine.
- Signal fréquentiel : Décomposition en série de Fourier, Valeur efficace du spectre, Calcul numérique des coefficients de Fourier, Transformée de Fourier, Échantillonnage des signaux, Phénomène de recouvrement, Théorème de Shannon, Principe d'incertitude de Heisenberg, Transformée discrète de Fourier, Vibration harmonique, Battement, Vibration aléatoire, Force d'impact, Choc répétitif, Effet du fenêtrage, Logiciel d'analyse spectrale.

Détection des défaillances de machines par surveillance vibratoire

- L'utilité des vibrations mécaniques pour le diagnostic des défauts de machines, Analyse spectrale des défauts de mécanismes, Suivi des vibrations en fréquence, Type de descripteur des vibrations, mouvement vibratoire harmonique, déplacement, vitesse et accélération, Les unités de vibration, Analyse fréquentielle en bande étroite, Analyse fréquentielle en 1/3 d'octave, Analyse fréquentielle en bande d'octave, Analyse dans le domaine temporel. amplitude crête, amplitude efficace et décibel Le Kurtosis, facteur de crête, Détection d'enveloppe et modulation d'amplitude, Cepstrum, L'analyse fréquentielle en bande fine de la vibration, L'analyse temps- fréquence de la vibration.

Les capteurs et actuateurs

- Principe de fonctionnement d'un accéléromètre et d'un vélocimètre, Influence du choix et du montage de l'accéléromètre, Gamme de fréquences des accéléromètres, Méthodes de montage de l'accéléromètre. Pot vibrants, marteaux d'impact, excitation acoustique, piézocéramiques PZT et PVDF.

Les vibrations résultantes du balourd et causées par le mauvais alignement

- Sources de déséquilibre, Réponse vibratoire sous l'effet d'un déséquilibre, Principes de contrôle des vibrations pour des rotors soumis au déséquilibre, Équilibrage des rotors flexibles, Choix du type d'équilibrage, Équilibrage expérimental des rotors rigides, Équilibrage expérimental statique (1 plan), Équilibrage dynamique (2 plans), Qualités d'équilibrage des rotors rigides, Répartition des contrepoids. Causes de mauvais alignement, Vibration résultant d'un alignement acceptable, Problème d'alignement angulaire, Problème d'alignement parallèle, Combinaison de mauvais alignement angulaire et parallèle, Localisation du défaut d'alignement.

Les vibrations de paliers

- Défauts communs, Cinématique des défauts de roulements, Méthodes de détection des défauts de roulement, Niveaux de gravité, Critères temporels de gravité, Accélérations globales efficaces, Ondes de choc, Facteur de crête, Kurtosis, Critères fréquentiels de gravité, Amplitude aux fréquences de roulements, Analyse spectrale, Périodes de vie d'un roulement. Les vibrations de rotors montés sur paliers anti-friction, Types de mesure de vibration, Vibration absolue du palier, Vibration relative du rotor par rapport au palier, Vibration absolue du rotor, Tourbillonnement d'huile, Recommandations pour éviter le problème de tourbillonnement, Fouettement d'huile, Problème de friction excessive.

Les vibrations d’engrenages, de moteurs, de machines alternatives, aérodynamiques, hydrauliques, de courroies et de serrage

- Denture en bon état, Ensemble de la denture détériorée, Une dent détériorée sur un pignon, Une dent détériorée sur chaque pignon, Vibrations d’arbres cintrés, Influence du jeu entre deux pignons , Vibrations de moteurs électriques, Reconnaissance de pannes dans les moteurs à courant continu, Reconnaissance de pannes dans les moteurs synchrones, Détection des problèmes de moteurs, Le battement, Test de coupure de courant, Mesures de vibrations sur le moteur désaccouplé, Limites de gravité, Vibrations de machines alternatives, Vibrations de machines aérodynamiques et hydrauliques, Vibration résultant d'un mauvais serrage mécanique, Vibration des courroies de transmission.

Limites de vibrations et alarmes

- Établissement des niveaux d'alarme, Détermination de la gravité d'après le niveau global, Gravité des vibrations en fonction de la puissance (ISO 2372), Gravité des vibrations des grandes machines (ISO 3945), Gravité des vibrations en fonction du type de machine, Gravité des vibrations en fonction de la fréquence, Établissement des niveaux d'alarme selon un critère relatif, Politique d'établissement des niveaux d'alarme, Suivi de l'évolution du facteur de crête ou du Kurtosis, Suivi des vibrations en bande fine, Établissement des alarmes selon des gabarits de fréquence, Rotor simple monté sur roulements , Rotor simple monté sur paliers anti-friction, Engrenages, Moteurs électriques, Machines centrifuges, Synthèse du diagnostic de défaillances.

Analyse modale expérimentale des structures

- Décrément logarithmique, résonances, amortissements. Fonction de réponse impulsionnelle, Réponse forcée d'un système à 1 degré de liberté, Réponse à une excitation arbitraire, Fonction de transfert d'un système mécanique, Analyse des défauts proches des fréquences de résonance, Excitation harmonique, Excitation aléatoire ou par choc, Choc périodique, Diagnostic par analyse d'enveloppe des résonances, Mesure d'amortissement, Valeurs typiques d'amortissement.

Analyse modale expérimentale des structures (suite)

- Théorie, Mouvement de la base, Propriétés du module de la transmissibilité, Principes d'isolation des machines, Force transmise par le déplacement de la base, diagramme de Bode, modes Nyquist, méthodes SDOF et MDOF, synthèse et modification modale, déformée en opération.

Essais vibratoires de qualification de produits

- Méthodes d'essais, Essais de déverminage sous contraintes environnementales, Précipitation des défaillances par excitations vibratoires, Procédure de l'ESS, Essais de qualification de produits par excitation vibratoire.

Durée de vie en Fatigue des systèmes mécaniques sous excitation aléatoire et harmonique

- Vibrations aléatoires, propriétés statistiques des signaux, bruit blanc, loi normale et règle des 3 sigmas, calcul de durée de vie des produits soumis à une excitation aléatoire, durée de vie des produits soumis à une excitation combinée harmonique et aléatoire.

Traitement avancé du signal

- Analyse Cepstrale, analyse d'enveloppe, analyse temps-fréquence, Modulation d'amplitude harmonique, Modulation harmonique de phase, Modulation harmonique d'amplitude et de phase, Démodulation par Transformée de Hilbert.

Présentation orale des projets

- Oral

Références

- • Thomas M, Fiabilité, maintenance prédictive et vibration de machines, ETS, 2003.
- ➢ Mc Connell, Vibration testing: theory and practice, Wiley, 1995
- ➢Wowk Victor, Machinery vibration: measurement and analysis, Mc Graw Hill, 1991
- ➢ Ewins D.J., Modal analysis: Theory and practice

Évaluations

- Projet individuel 30 %
- 4 Laboratoires en équipe (10% chaque) 40%
- Examen final: 30 %

Laboratoires en équipes de 4 (10% chaque)

- ➢ **laboratoire 1** Équilibrage des rotors

Équilibrer un rotor en 1 et 2 plans, selon les techniques industrielles. Rédaction du rapport

- ➢ **laboratoire 2** Vibrations de roulements et moteurs

Mesurer les vibrations de roulements et en identifier le défaut. Rédaction du rapport

- ➢ **laboratoire 3** Vibrations d'engrenages et moteurs

Mesurer les vibrations d'engrenages et en identifier les défauts. Rédaction du rapport

- ➢ **laboratoire 4** Analyse modale d'un rotor.

Mesures des fréquences de résonance, des amortissements dans le domaine temporel et fréquentiel. Identification des modes. Rédaction du rapport

Projet individuel (30%)

- Le sujet est libre. Chaque étudiant devra définir son propre projet de mesure vibratoire. Le déroulement du projet se déroulera selon la procédure suivante :
- 1. Remise du plan préliminaire du projet de mesure (1 à 2 pages) : 1 % du le 20 Mai 2003
- a. Problématique
- b. Objectifs
- c. Matériel de mesure envisagé.
- 2. Remise de la planification des essais: 4 % du le 10 Juin a. Problématique
- b. Objectifs
- c. Conception de la chaîne de mesure
- d. Liste du matériel nécessaire
- e. Planification du déroulement des essais
- 3. Oral: 5 % du le 29 Juillet 2003
- 4. Remise du rapport final 20% du le 29 Juillet 2003

Session	Cours	Laboratoires	Remise des travaux de laboratoire et projets
1. Traitement du signal	29-4		
2. Détection des défaillances de machines par surveillance vibratoire	6-5		
3. Les capteurs et actuateurs	13-5		
4. Les vibrations résultantes du balourd et causées par le mauvais alignement	20-5	22-5 Laboratoire d'équilibrage	Plan préliminaire, le 20 Mai
5. Les vibrations de paliers	27-5		
6. Les vibrations d'engrenages, de moteurs, de machines alternatives, aérodynamiques, hydrauliques, de courroies et de serrage	3-6	5-6 Laboratoire de vibrations de roulements	Remise du rapport du laboratoire d'équilibrage le 3 Juin
7. Limites de vibrations et alarmes	10-6		Rapport de planification des essais Le 10 Juin
8. Analyse modale expérimentale des structures	17-6	19-6 Laboratoire de vibrations d'engrenages	Remise du rapport du laboratoire de vibrations de roulements le 17 Juin
9. Analyse modale expérimentale des structures (suite)	Mercredi 2-7		
10. Essais vibratoires de qualification de produits	8-7	10-7 laboratoire modal	Remise du rapport du laboratoire de vibrations d'engrenages le 8 Juillet
11. Vibrations aléatoires	15-7		
12. Traitement avancé du signal	22-7		Remise du rapport du laboratoire modal, le 22 Juillet
13 Oral	29-7		Présentation orale et remise du rapport final le 29 Juillet

Plan leçon 1: Traitement du signal

- Vibration harmonique
  - Déplacement
  - Vitesse
  - Accélération
- Acquisition de données
- Analyse du signal temporel
- Analyse du signal fréquentiel
  - Décomposition en séries de Fourier
  - Échantillonnage
  - Fenêtrage

Mouvement harmonique

- La forme la plus simple de mouvement oscillatoire est le mouvement harmonique (sinusoïdal ou cosinusoïdal).
- Il est définit par:
  - l'amplitude,
  - la période T (seconde)
  - la phase (radians).
- La fréquence f (Hertz, cycles/s) est l'inverse de la période.
- La pulsation OMEGA (rad/s) = 2 * π * f doit être utilisée pour les calculs.

Relations entre les amplitudes de déplacement- vitesse- accélération et la pulsation.

- Il suffit de connaître deux de ces 4 paramètres (déplacement X- vitesse V- accélération A et la pulsation ω) pour déterminer les deux autres;
  - $V = \omega X$
  - $A = \omega V$

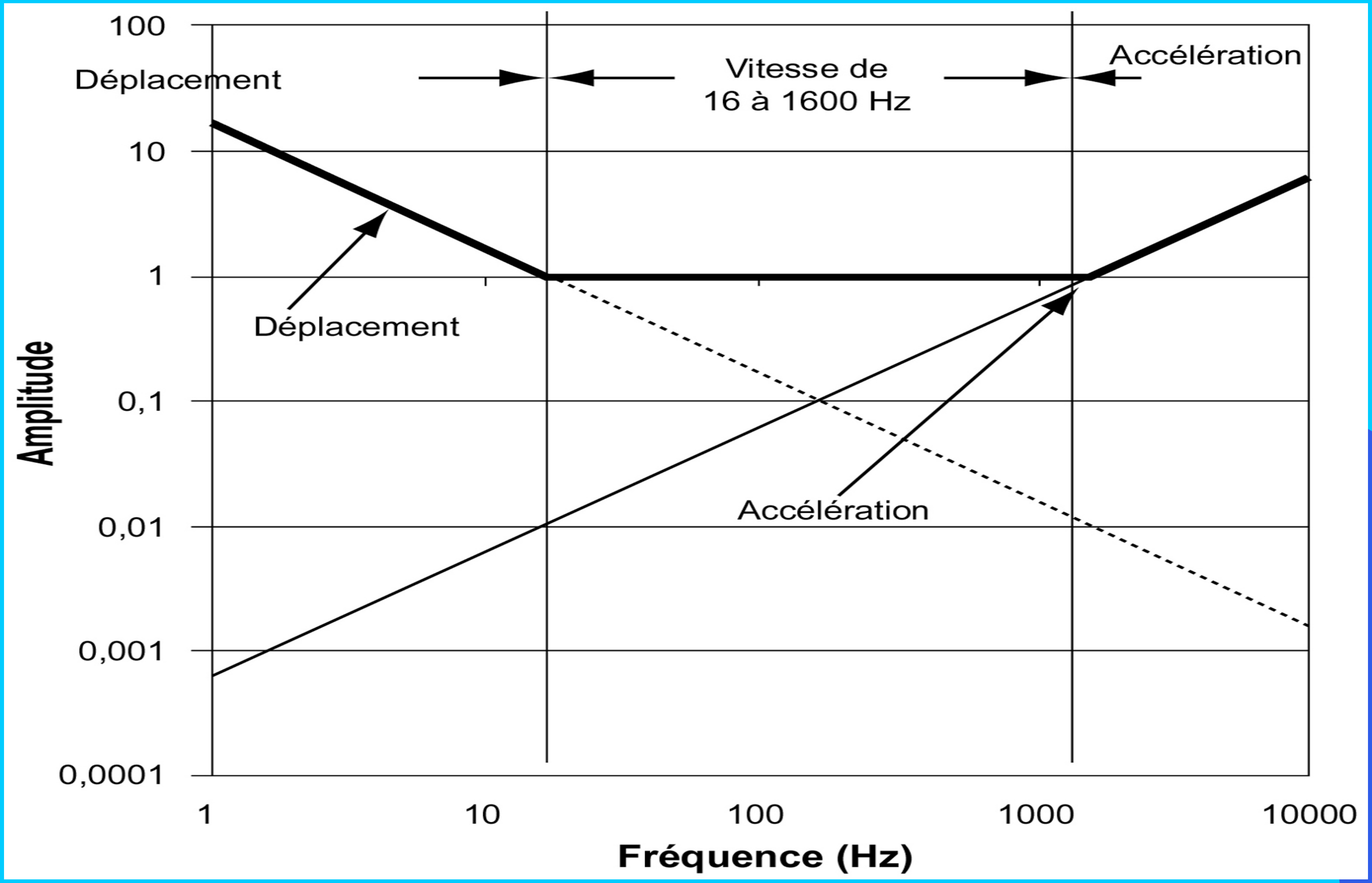
Exercice 1.1

- Un essai de qualification de produit prévoit de programmer le vibrateur pour qu'une structure vibre avec une amplitude de 2.5 cm à la fréquence de 10 Hz.
- Calculez l'amplitude de l'accélération exigée par l'essai et représentez ce résultat en fréquence.

Unités vibratoires

PARAMETRES	UNITÉ S.I.	UNITES VIB	CORRESPON-DANCES	UNITÉ IMPÉRIALES
X	m	µm	1µm=10^{-6} m	1 inch=25.4 mm 1 mil =25.4 µm 1µm =0.04 mils
V	m/s	mm/s	1 mm/s=10^{-3} m/s	1 inch/s=25.4 mm/s 1 mil/s=0.025 mm/s 1 mm/s=0.04 inch/s
A	m/s^2	g	1 g=9.81 m/s^2	1 g=386 inch/s^2

Choix du descripteur



Choix du descripteur de vibration

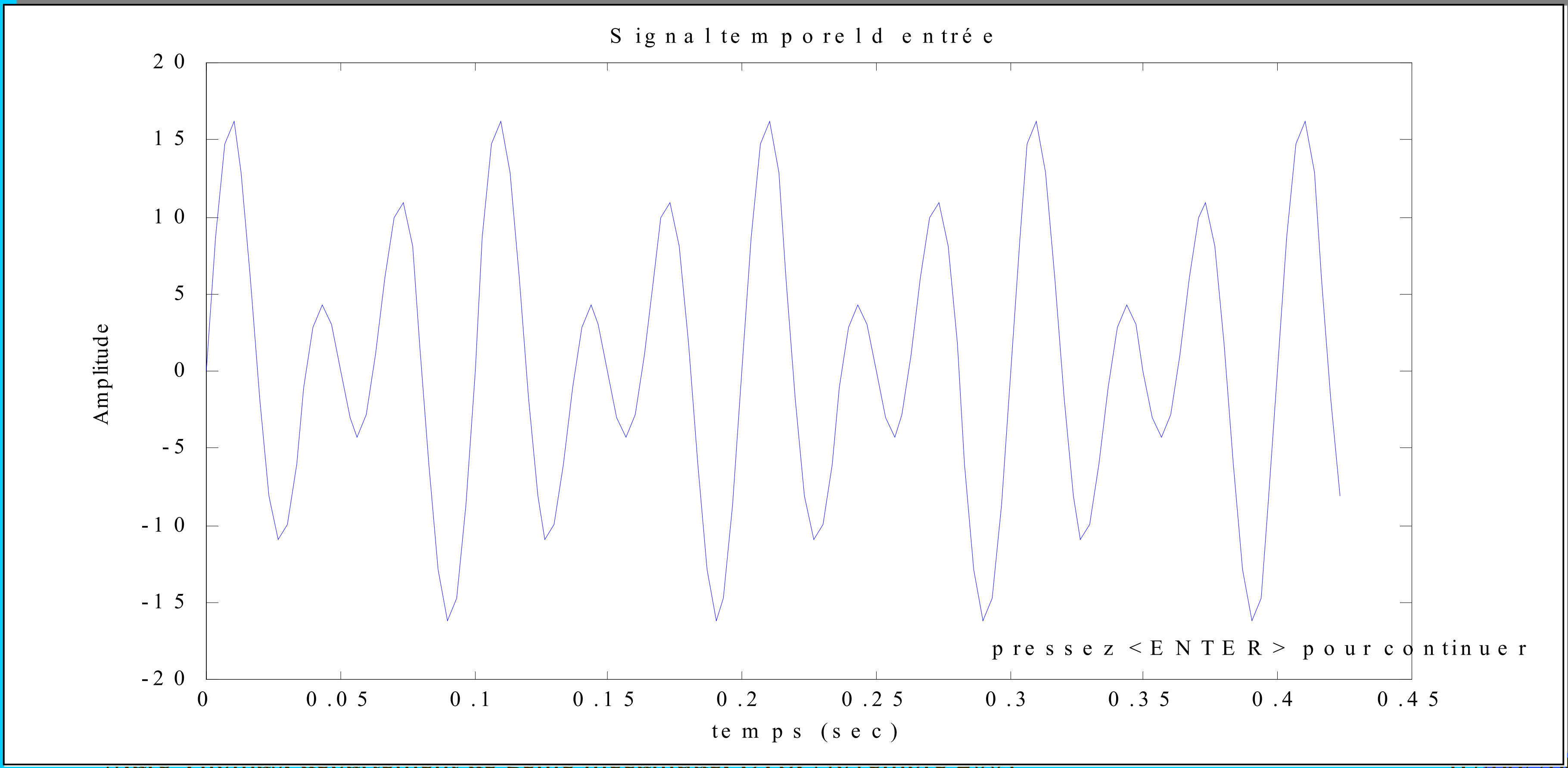
En général, on choisira :

- De 0 à 10 Hz, le déplacement vibratoire
- De 10 à 1000 Hz, la vitesse vibratoire
- Plus de 1000 Hz, l'accélération vibratoire.

Excitation arbitraire périodique

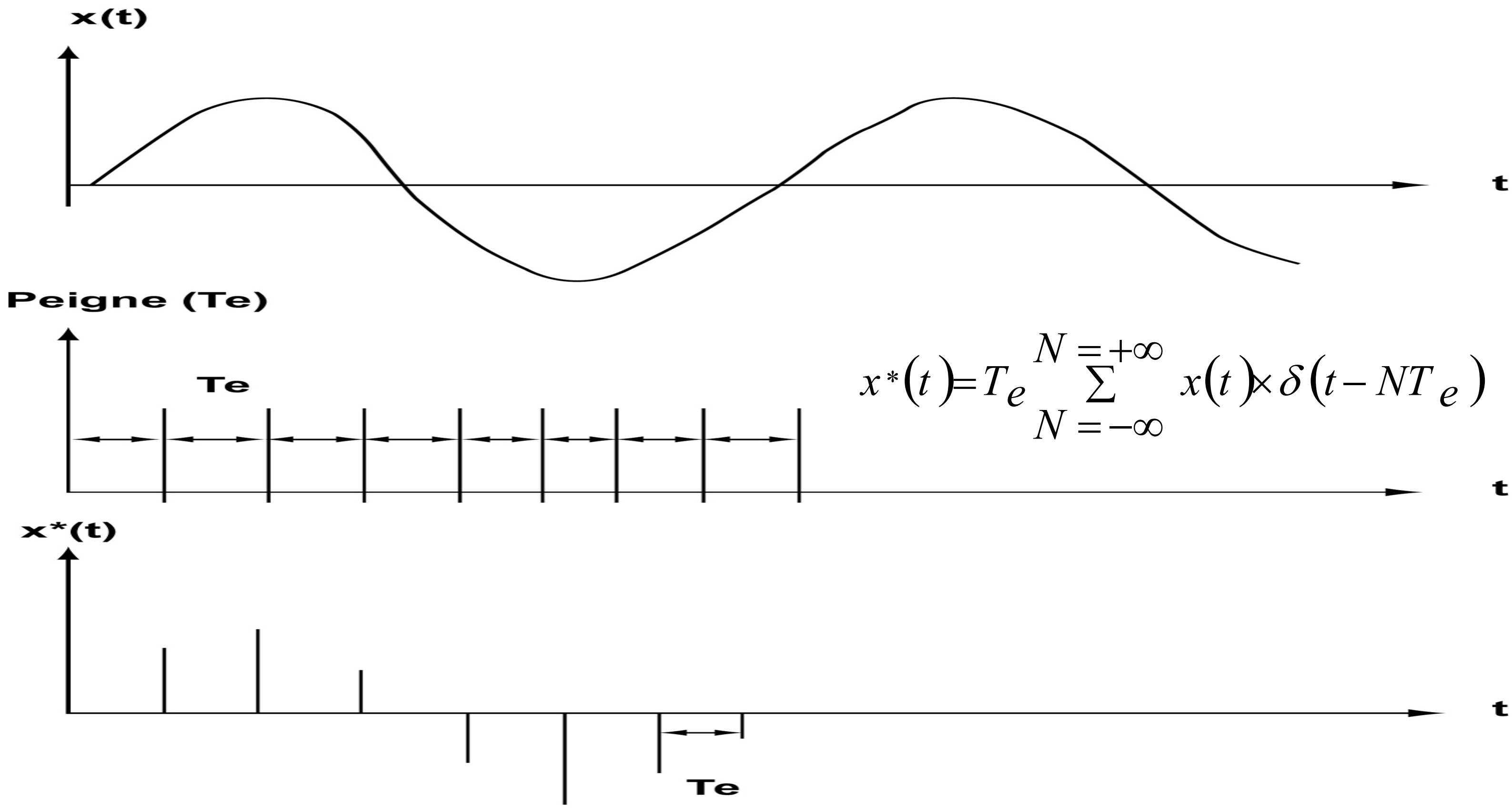
- Une fonction périodique est définie par

  $f(t) = f(t+T)$ où T est la période.



Échantillonnage

- L'échantillonnage revient à multiplier le signal x(t) par une fonction peigne $\delta(t-NT_e)$ dont la période d'échantillonnage est T_e



$$x^*(t) = T_e \sum_{N=-\infty}^{N=+\infty} x(t) \times \delta(t - NT_e)$$

La vibration temporelle

- Le résultat de la mesure temporelle est généralement analysé comme un niveau global d'amplitude de vitesse vibratoire crête et/ou efficace, enregistré dans le domaine temporel, pour des fréquences variant entre 10 et 1000 Hz.
- La comparaison de l'amplitude vibratoire de la machine avec des niveaux pré-déterminés par des normes, telles la norme ISO 10816 (1995) permet de déterminer la sévérité du défaut, mais ne permet pas d'en diagnostiquer la source.
- Il existe des appareils de mesure portatifs de poche, qui permettent d'effectuer cette mesure de façon très simple.

Analyse de vibration en niveau global

- Niveau global
  - permet la comparaison de sévérité avec les normes
  - Appareil de mesure peu coûteux (1000 à 2000 $)
  - gestion simple des données
  - ne permet pas le détecter la source du défaut
  - permet de détecter la présence d'un défaut , mais un peu tard.

Niveau efficace

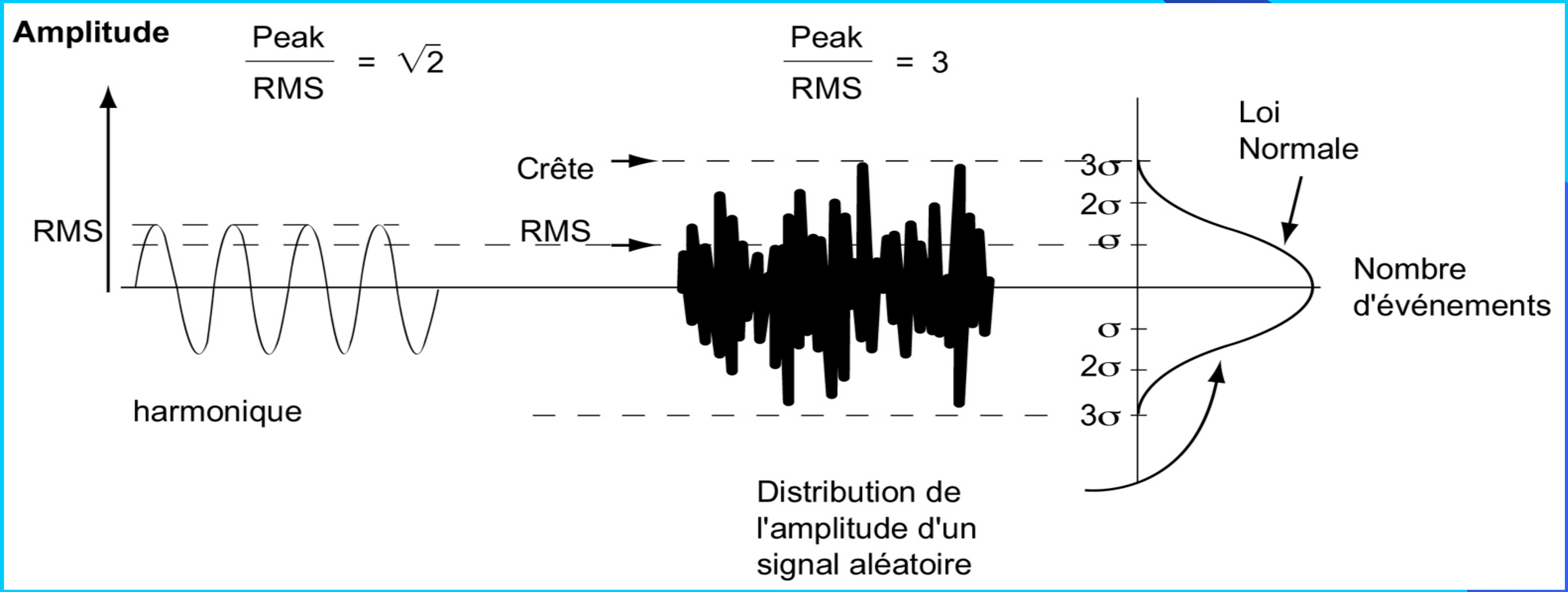
- En vibration, on peut estimer l'amplitude d'un signal par sa valeur crête X, si celle-ci est constante.
- Si la valeur crête varie, il est plus utile d'utiliser la valeur efficace (RMS). Cette valeur représente la racine carrée de la moyenne du carré du signal.

$$\left(\frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N} \left(y_k - Y_m \right)^2 \right)^{1/2}$$

- ☑ Pour un signal harmonique: la valeur efficace = 0.707 X.

Vibration aléaloire

- Pour un signal aléatoire, la fonction de répartition des amplitudes suit une loi normale de moyenne nulle et d’écart-type sigma.



- la valeur efficace = 1/3 valeur crête.

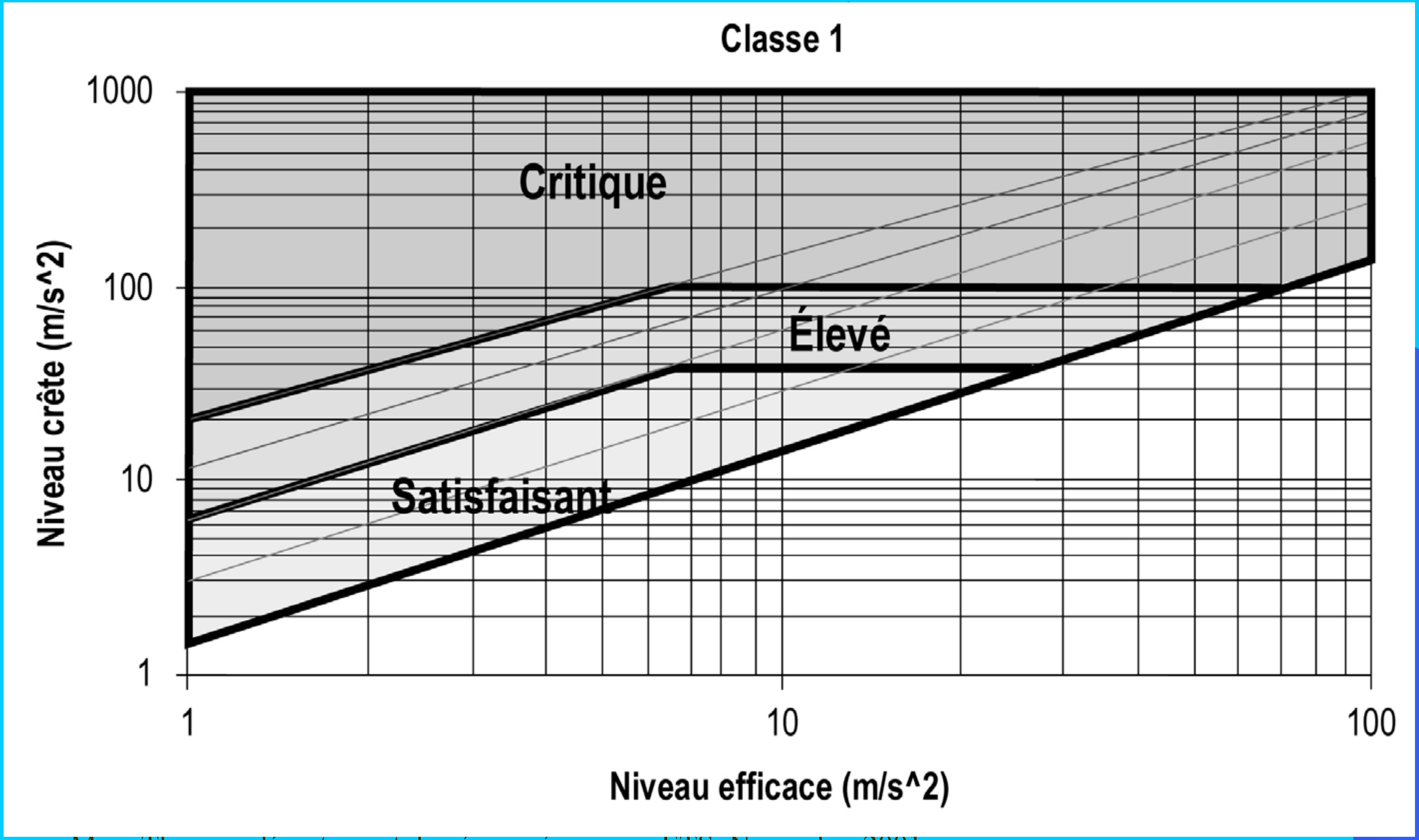
Le facteur de crête

- Étant donné que la vibration d'un rotor en bon état devrait être de type harmonique, le rapport de crête correspondant, défini par le rapport de l'amplitude crête sur l'amplitude efficace, devrait être proche de $\sqrt{2}$.
- Si une dégradation survient, la vibration devient alors aléatoire et le rapport de crête devient supérieur à 3. Le suivi du rapport de crête permet donc détecter les apparitions de défauts, sans toutefois permettre d'en diagnostiquer la source.
- Il existe des appareils de mesure portatif de poche qui permettent d'obtenir les niveaux crête et efficace d'une vibration.

Sévérité en fonction du facteur de crête

- Lorsque la machine se détériore, il peut y avoir génération de débris d'usure (comme l'écaillage, la limaille par exemple) qui va générer une série d'impacts non contrôlés. La vibration résultante sera de type aléatoire et le facteur de crête croîtra à des valeurs supérieures à 3.
- Une vibration devient inadmissible lorsque le facteur de crête dépasse 4 ou lorsque le niveau de vibration efficace dépasse un certain seuil.

Sévérité en fonction du facteur de crête



Kurtosis

- Le Kurtosis est un dérivé de la méthode du facteur de crête. Le Kurtosis est un facteur scalaire qui se définit comme le rapport du moment d'ordre 4 sur le carré du moment d'ordre 2

$$Y_{kurt} = \frac{\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\left(y_k - Y_m\right)^4}{\left(\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\left(y_k - Y_m\right)^2\right)^2}$$

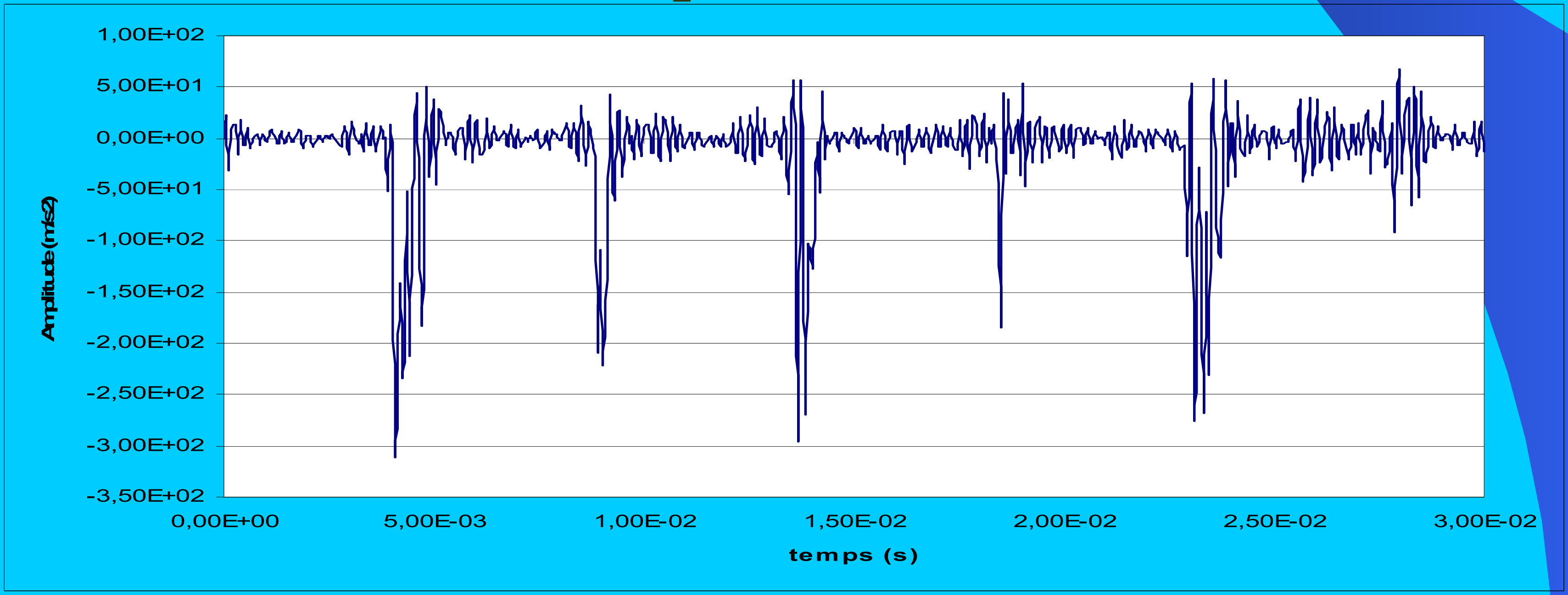
Sévérité en fonction du Kurtosis

- Il donne une grande importance aux amplitudes élevées tout en pondérant les évènements isolés, contrairement au rapport de crête.
- La valeur du kurtosis est de 1.5 pour un signal harmonique et de 3 pour un signal aléatoire.
- Pour un roulement en bon état, la valeur du kurtosis est de l'ordre de 3 (entre 2.75 et 3.25) alors qu'elle s'approche de 4 lorsque le roulement se détériore.

Kurtosis	**Sévérité**
1.5	Bon : signal harmonique
2.8 à 3.2	Passable : signal aléatoire
3.2 à 4	Élevé
> 4	Critique

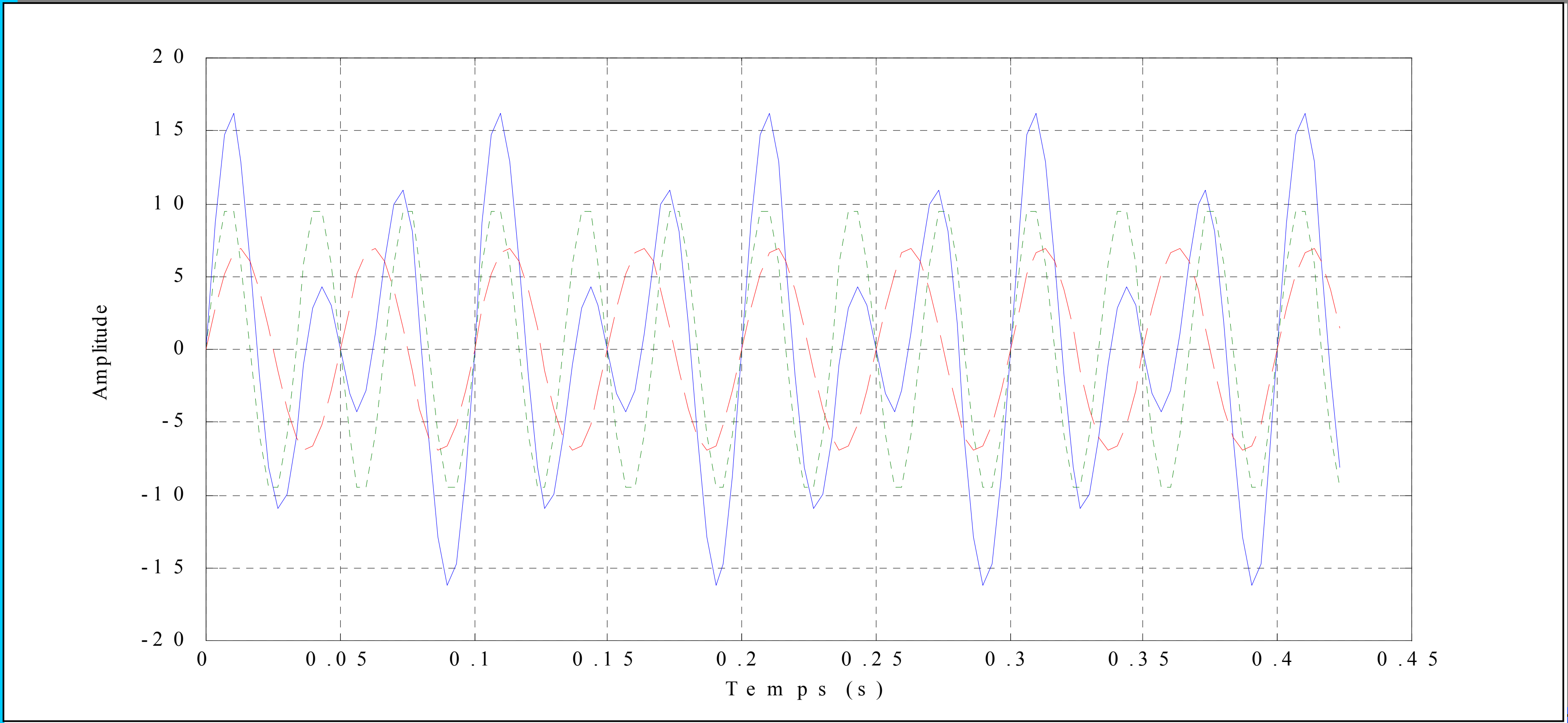
Exercice 2

- Le fichier excel C1exercice_temporel montre un enregistrement de vibration sur un roulement. Déterminez le niveau crête, le niveau efficace, le facteur de crête et le Kurtosis. Dans quel état est le roulement?



Excitation arbitraire périodique

- Un signal complexe est composé d 'une somme de signaux simples, mais il n 'est pas aisé d'en déterminer la nature.



Décomposition d 'un signal en série de Fourier

- D'après Fourier, n'importe quelle fonction périodique peut être décomposée en une série infinie de fonctions harmoniques simples, chacune ayant sa propre amplitude et sa propre fréquence.

$$\boxed{F(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cos n\omega t + b_n \sin n\omega t \right)}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

Constantes de la série de Fourier

- Le problème est de déterminer les constantes de la série.

$$a_0 = \frac{2}{T}\int_0^T F(t)\,dt =$$

$$a_n = \frac{2}{T}\int_0^T F(t)\cos n\omega t\,dt \;;$$

$$b_n = \frac{2}{T}\int_0^T F(t)\sin n\omega t\,dt \;;$$

Propriétés d 'orthogonalité

$$\int_0^T \sin(n\omega t)\times\sin(m\omega t)\,dt \quad \begin{cases} =0 & si \quad n\neq m \\ =\dfrac{T}{2} & si \quad n=m \end{cases}$$

$$\int_0^T \cos(n\omega t)\times\cos(m\omega)t\,dt \quad \begin{cases} =0 & si \quad n\neq m \\ =\dfrac{T}{2} & si \quad n=m \end{cases}$$

$$\int_0^T \cos(n\omega t)\times\sin(m\omega t)\,dt = 0$$

Si la fonction est paire (f(t) = f(-t)) → bn = 0
Si la fonction est impaire (f(t) = -f(t)) → an = 0

Décomposition d'un signal temporel en séries de Fourier

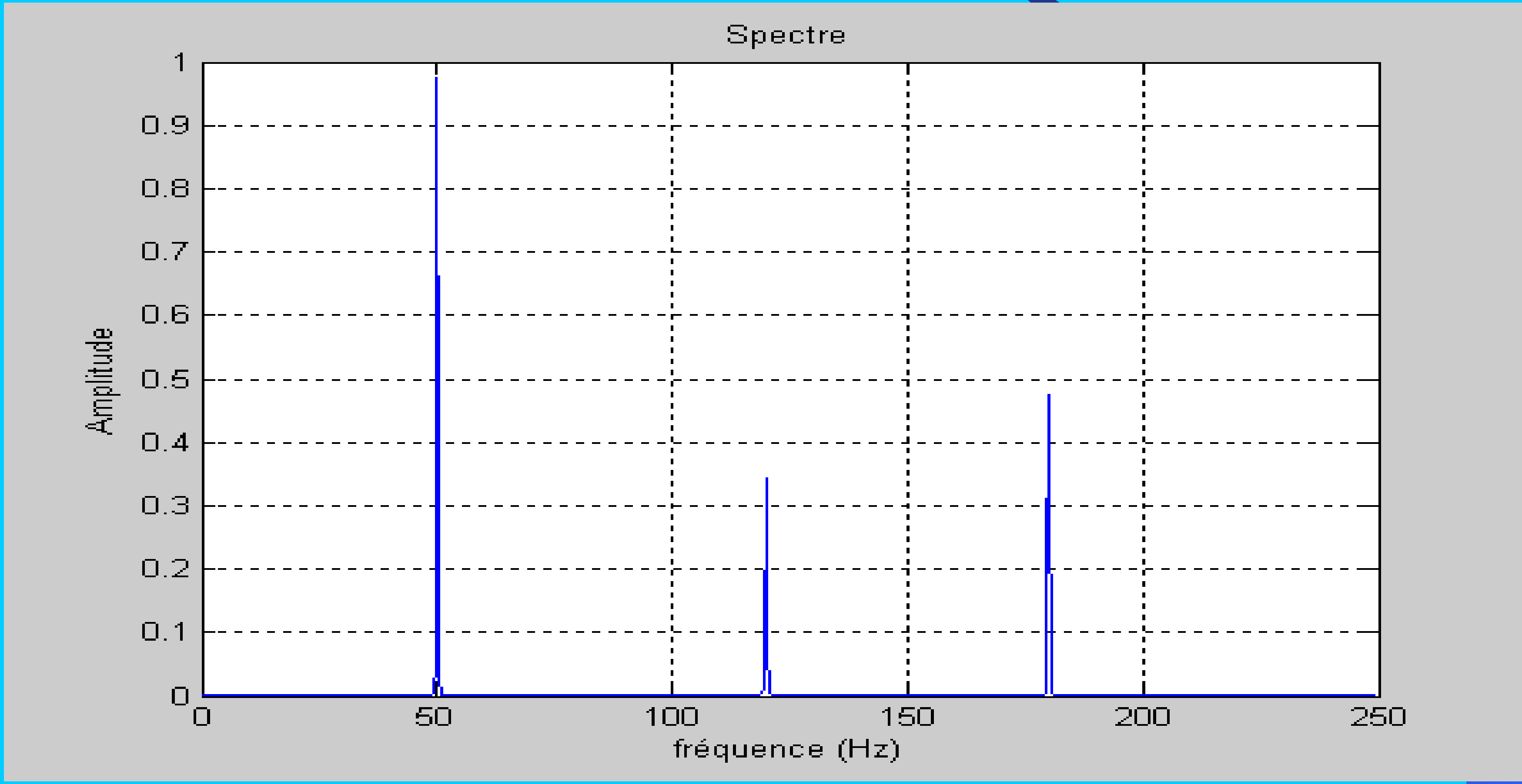
- Le niveau efficace d'un signal périodique est égal 0.707 fois la racine carré de la somme des carrés des amplitudes à chaque fréquence.

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cdot \cos(n\omega t + \varphi_n)$$

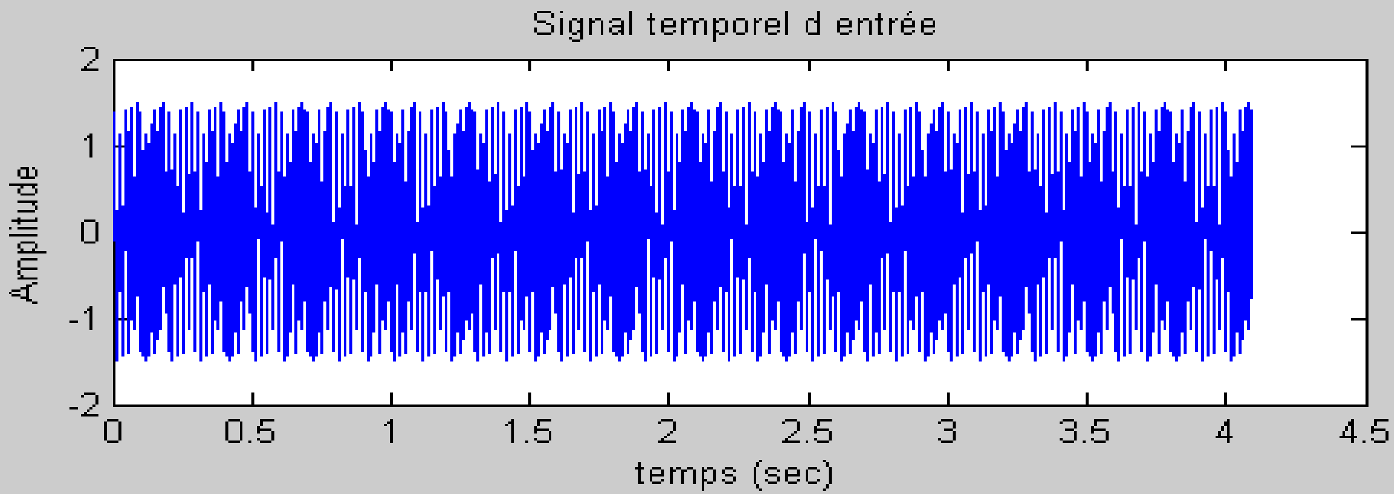
$$\sigma = \sqrt{a_0^2 + \frac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty} A_n^2}$$

Exercice 3

- Déterminez le niveau efficace du signal

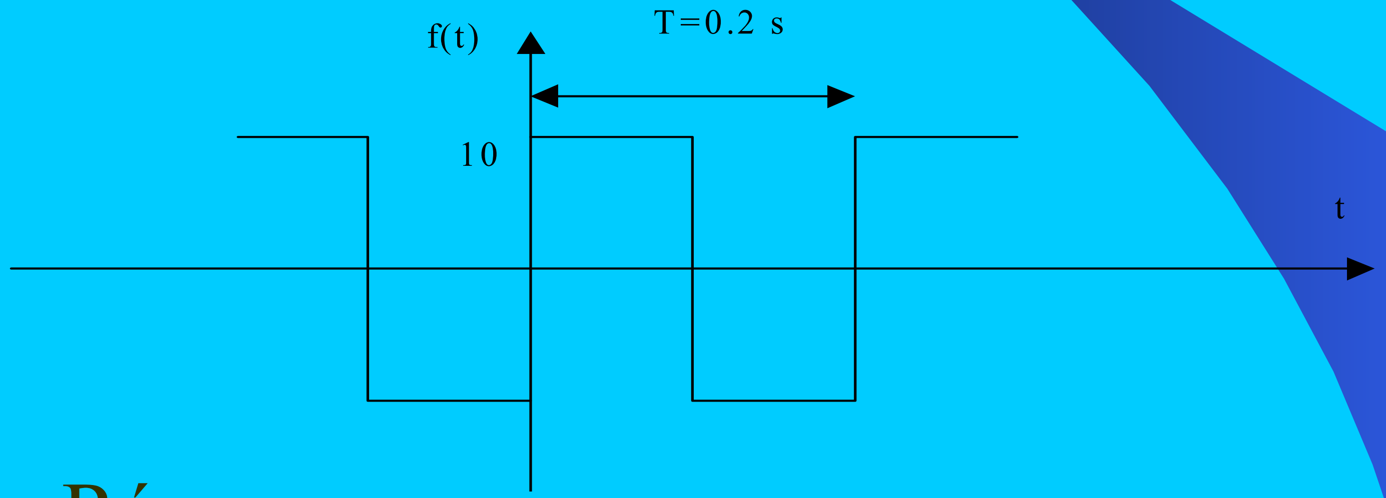


Réponse de l'exercice 3



Exemple 4

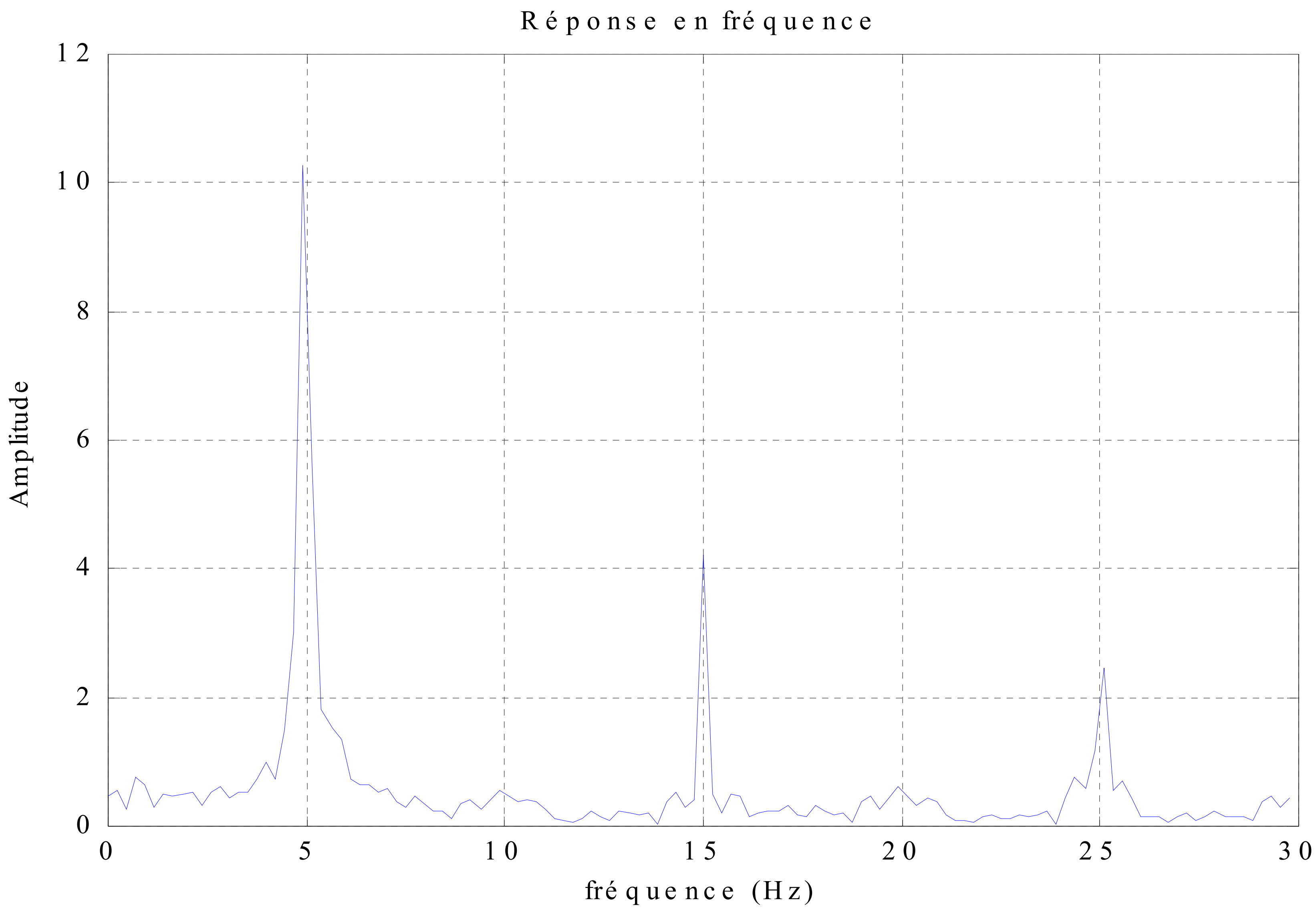
- Faîtes la décomposition en série de Fourier de la fonction suivante



- Réponse

$$f(t)=\frac{40}{\pi}\left(\sin 10\pi t+\frac{1}{3}\sin 30\pi t+\frac{1}{5}\sin 50\pi t+\ldots\right)$$

Réponse de l 'exemple 4



Calcul numérique des coefficients de Fourier

- Très souvent, on ne connaîtra pas la fonction, mais plutôt des valeurs discrètes.

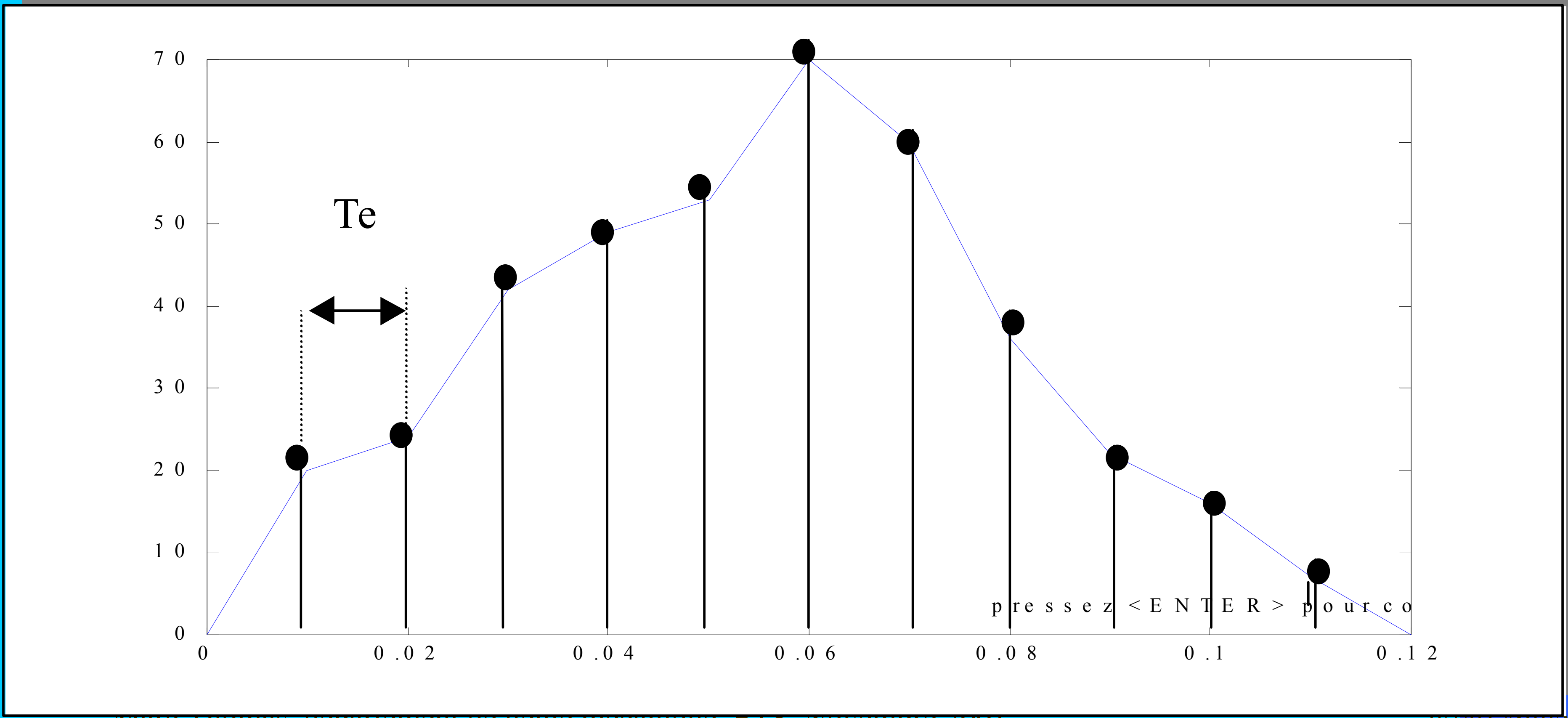


Figure 7.1. Echantillonnage du signal

Calcul numérique des coefficients de Fourier

- Les coefficients de Fourier peuvent être déterminés à partir des valeurs discrètes de $x_i(t_i)$:

$$a_o = \frac{2}{N} \sum_{i=1}^{N} x(i)$$

$$a_n = \frac{2}{N} \sum_{i=1}^{N} x(i) \quad \times \quad \cos \frac{2\pi \times n \times t_i}{T}$$

$$b_n = \frac{2}{N} \sum_{i=1}^{N} x(i) \quad \times \quad \sin \frac{2\pi \times n \times t_i}{T}$$

Exemple 4

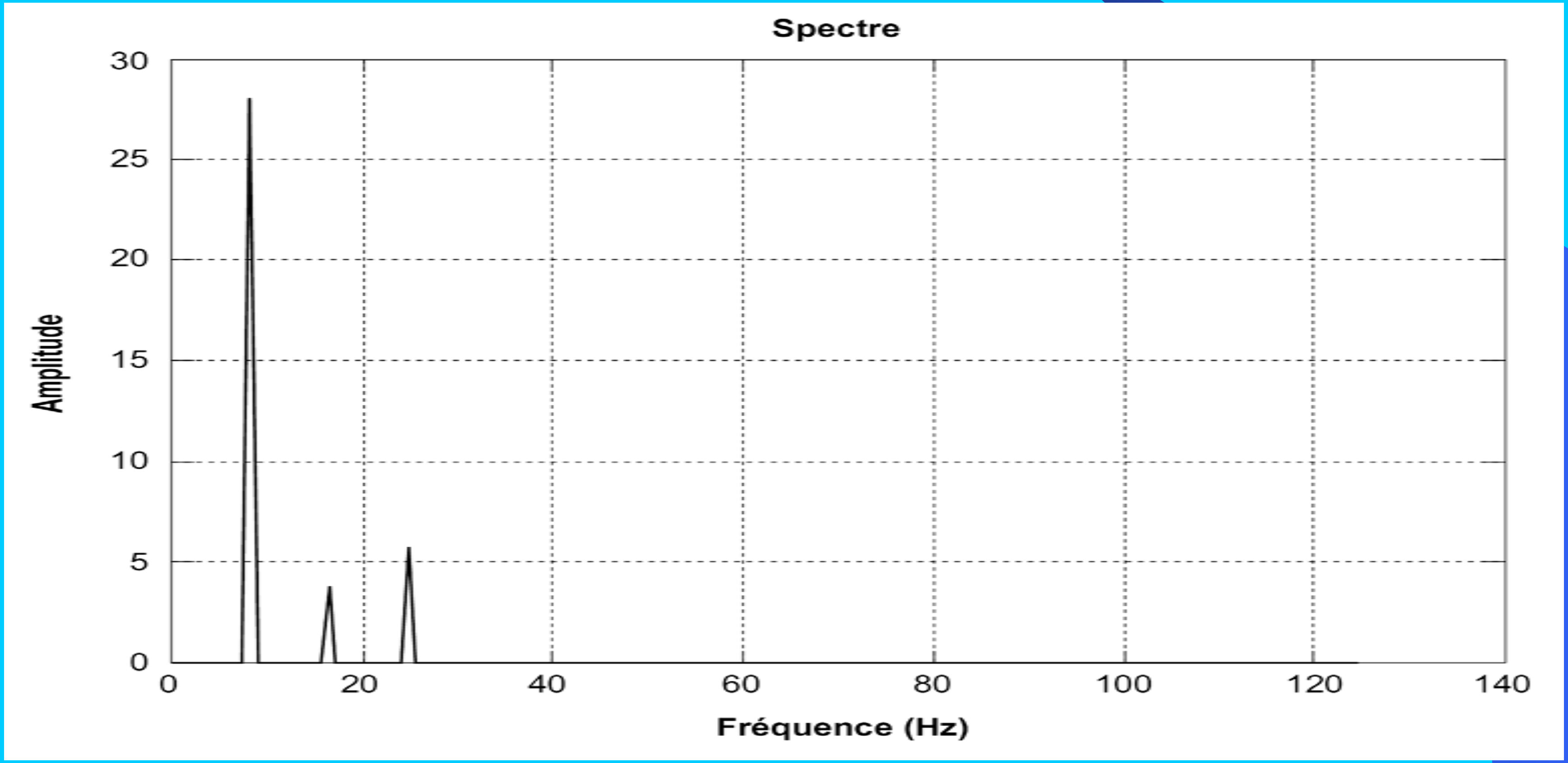
- Calculez le spectre la courbe temporelle précédente

Exemple

			n = 1		n = 2		n = 3	
i	t_i	*ai*	$a_i \cos\frac{2\pi t_i}{0.12}$	$a_i \sin\frac{2\pi t_i}{0.12}$	$a_i \cos\frac{4\pi t_i}{0.12}$	$a_i \sin\frac{4\pi t_i}{0.12}$	$a_i \cos\frac{6\pi t_i}{0.12}$	$a_i \sin\frac{6\pi t_i}{0.12}$
1	0.01	20	17.3	10	10	17.3	0	20
2	0.02	34	17	29.4	-17	29.4	-34	0
3	0.03	42	0	42	-42	0	0	-42
4	0.04	49	-24.5	42.4	-24.5	-42.4	49	0
5	0.05	53	-45.9	26.5	26.5	-45.9	0	53
6	0.06	70	-70	0	70	0	-70	0
7	0.07	60	-52	-30	30	52	0	-60
8	0.08	36	-18	-31.2	-18	31.2	36	0
9	0.09	22	0	-22	-22	0	0	22
10	0.10	16	8	-13.9	- 8	-13.9	-16	0
11	0.11	7	6.1	-3.5	3.5	-6.1	0	-7
12	0.12	0	0	0	0	0	0	0
$\sum_{i=1}^{12}(\ )$		409	-162	49.9	8.5	21.6	-35	-14
$\frac{1}{6}\sum_{i=1}^{12}(\ )$		68.2	-27	8.3	1.4	3.6	-5.8	-2.3

Réponse exemple

- $a(t) = 34.1 - 27 \cos 52.3\,t + 8.3 \sin 52.3\,t + 1.4 \cos 104.6\,t + 3.6 \sin 104.6\,t - 5.8 \cos 156.9\,t - 2.3 \sin 156.9\,t$



Série de Fourier sous forme exponentielle

- Il est plus facile d'exprimer les sinus et cosinus sous forme de d'exponentielle complexe

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \times e^{in\omega t}$$

$$c_n = \frac{1}{T}\int_0^T x(t) \cdot e^{-in\omega t}\, dt$$

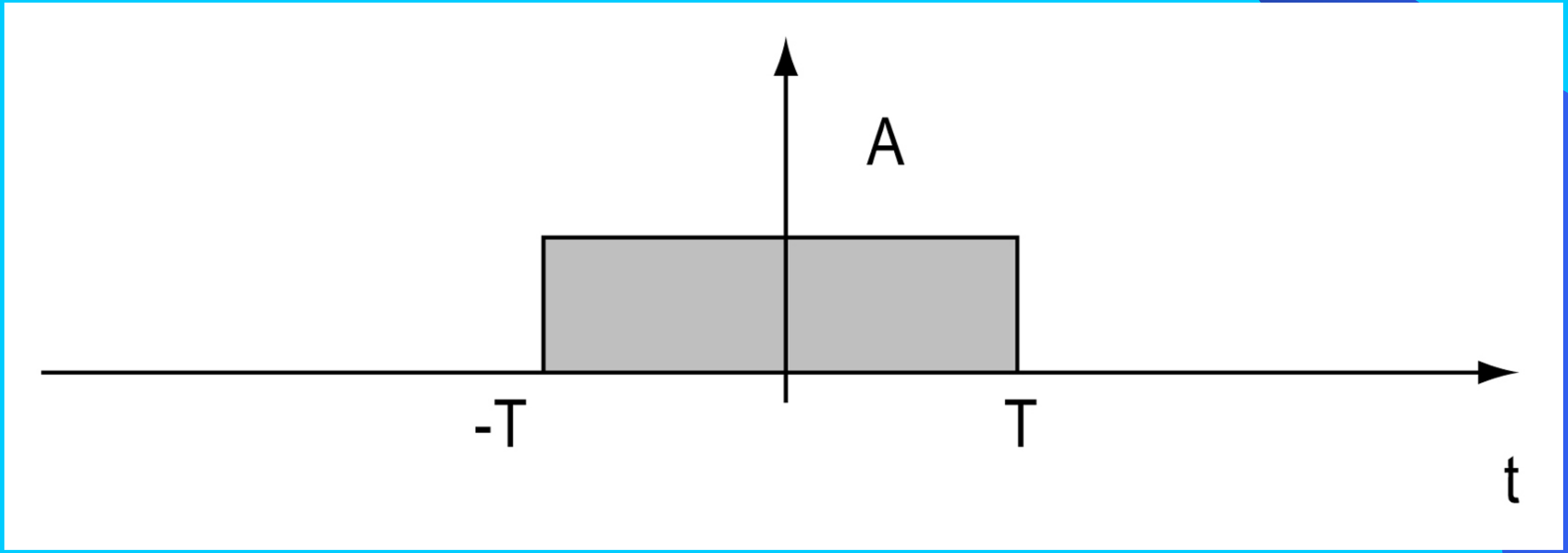
Transformée de Fourier

- La décomposition en série de Fourier ne s'applique qu'aux signaux harmoniques.
- Pour les signaux non harmoniques, on applique la transformée de Fourier en faisant tendre la période T vers l'infinie et en multipliant la constante Cn par T:

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \times e^{-i\omega t} dt$$

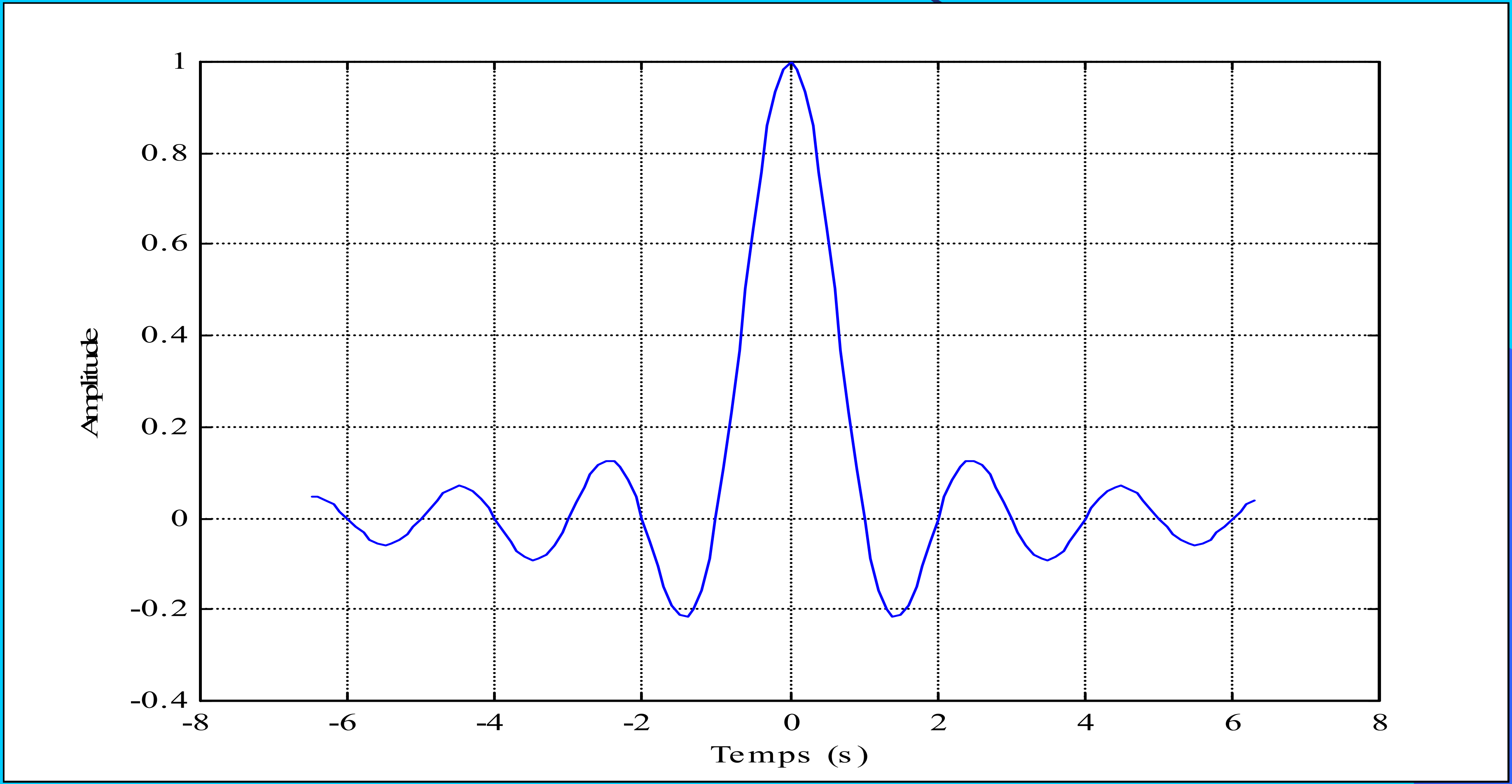
Exemple 5

- Soit une fonction rectangle x(t) constante, d'amplitude A entre des temps -T et +T . Déterminez la transformée de Fourier de cette fonction.



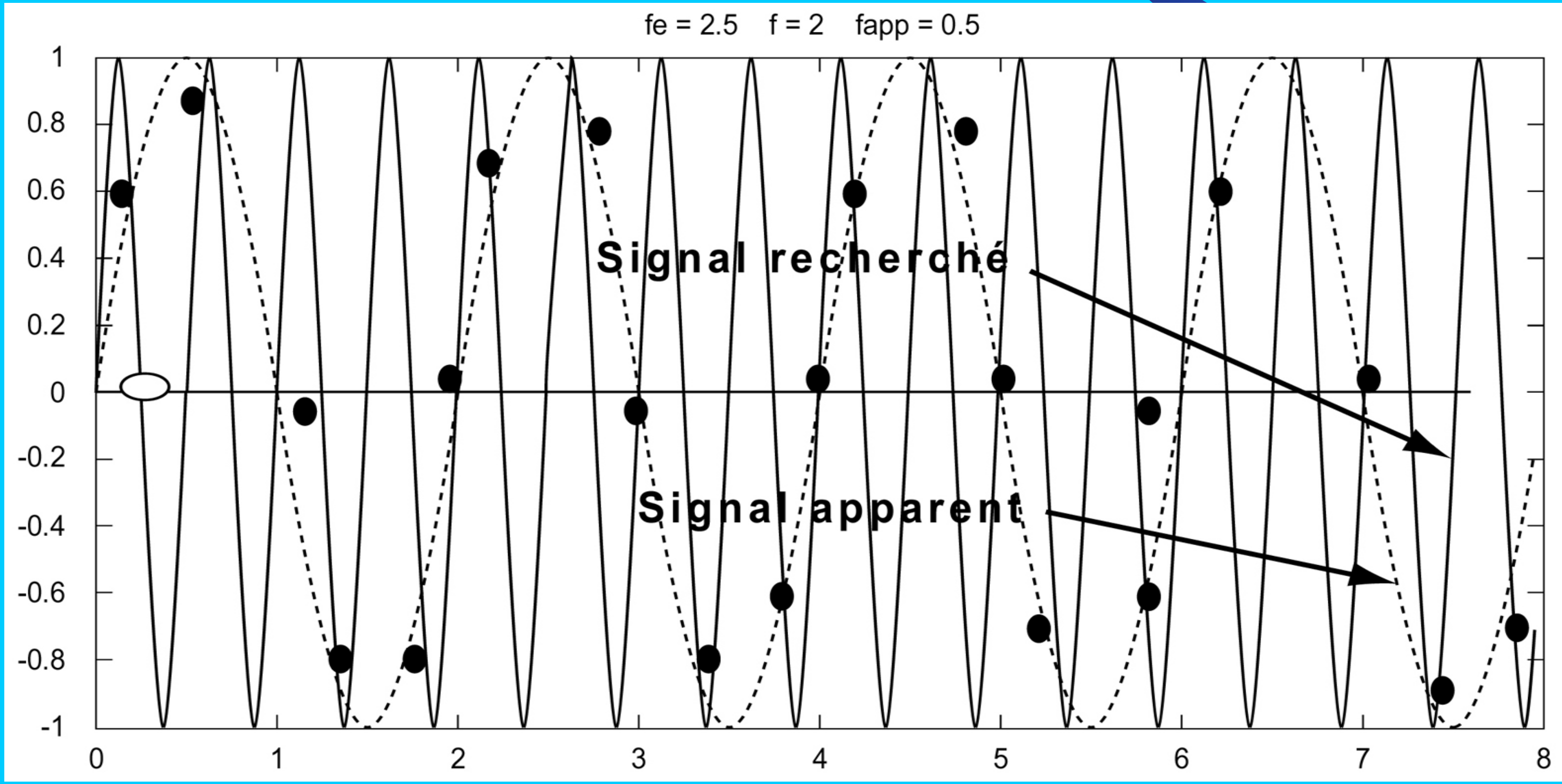
Réponse

- On obtient une fonction sinc= $2AT\sin(\omega T)/\omega T$



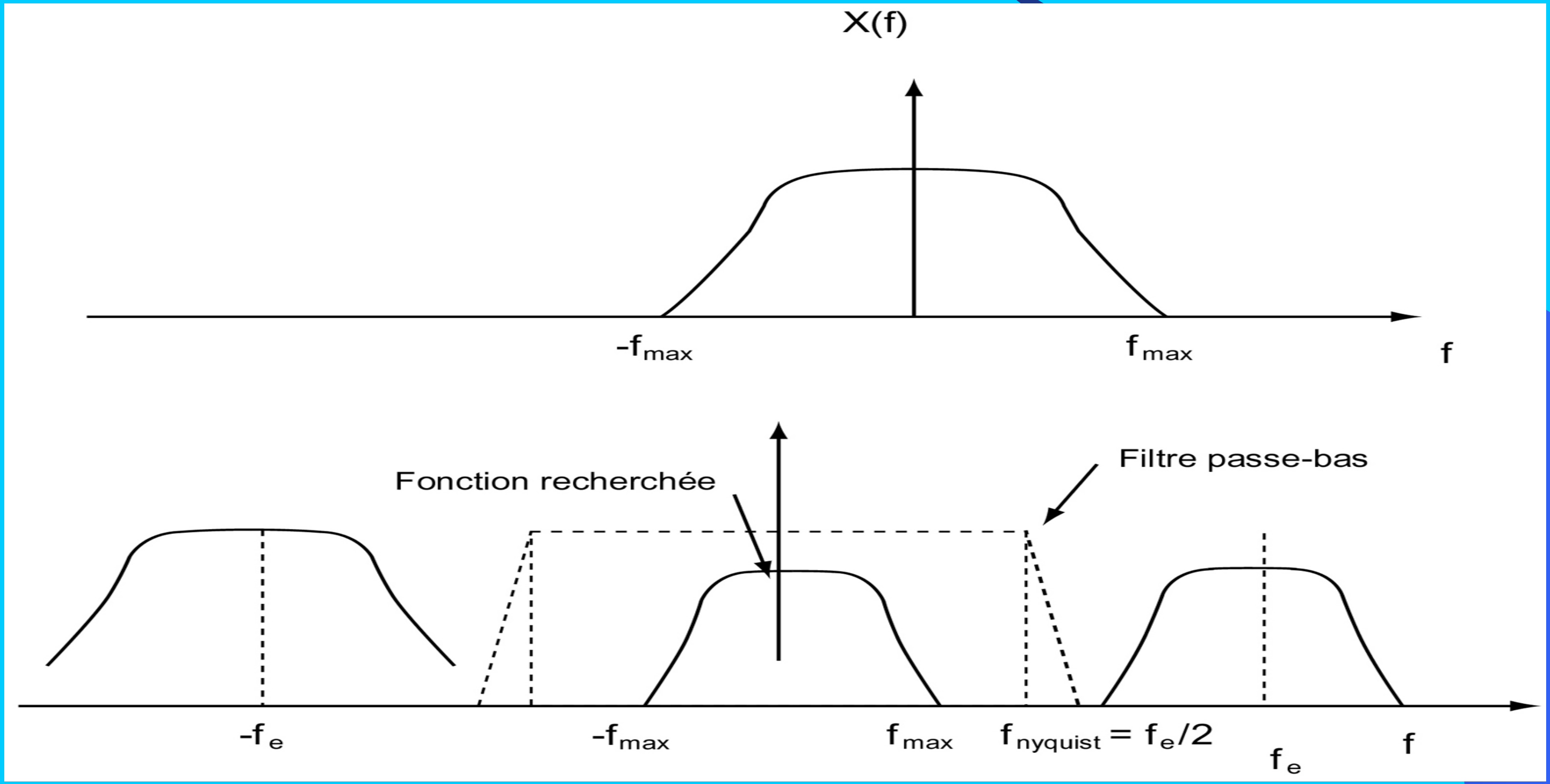
Échantillonnage

- Un mauvais échantillonnage peut faire apparaître de fausses fréquences



Échantillonnage

- L'utilisation d'une fonction peigne pour échantillonner le signal temporel provoque la répétition du signal fréquentiel qu'il faut filtrer.



Échantillonnage et phénomène de recouvrement

- La période d'échantillonnage T_e doit être suffisamment petite par rapport à la période du signal recherché, pour ne pas perdre l'information.
- Lorsque cette période d'échantillonnage est trop grande par rapport à la période du signal recherché, on voit apparaître un signal apparent (semblable au phénomène stroboscopique, dont la fréquence apparente est égale à :

$$f_{apparant} = f_e - f_{réel}$$

- Or, en général, on ne connaît pas toutes les fréquences recherchées et il est donc inévitable que ce phénomène apparaisse aux hautes fréquences si on filtre pas le signal. On appelle ce phénomène recouvrement.

Échantillonnage

- Le théorème de Shannon prescrit que la fréquence d'échantillonnage doit être au moins 2 fois plus grande que la fréquence du signal (fe>2fmax). Cette fréquence critique est appelée fréquence de Nyquist.
- L'expérience montre que la fréquence d'échantillonnage doit être égale approximativement de 3 à 10 fois la fréquence du signal.
- La fréquence d'analyse maximale est inférieure à la moitié de la fréquence d'échantillonnage ($f_e = 2.56\ f_{max}$).

Fréquence d’échantillonnage

- Il est recommandé de choisir une fréquence d’échantillonnage de l’ordre de 10 fois la première fréquence d’intérêt.

Échantillonnage

- En temporel:
  - $T_{max} = N \, . \, T_e$
  - $T_e = 1/f_e$
- En fréquenciel:
  - $\Delta f = f_e/N = 1/(N.\, T_e) = 1/\, T_{max}$
  - $F_{max} = f_e/2 = \Delta\, f \, . \, (N/2).$

Échantillonnage

- La précision en fréquence est égale à l'inverse du temps maximal d'observation ($\Delta f = 1/Tmax$).
- Le principe d'incertitude de Heisenberg prescrit qu'il est impossible d'avoir à la fois un temps d'observation court et une bonne résolution en fréquence.
- Le nombre d'échantillons N est choisi en x^2. (exemple: 256, 512, 1024, 2048, etc.)
- Le nombre de lignes en fréquence est
- $N_{ligne} = N/2.56$, pour tenir compte du filtre passe-bas

Principe d 'incertitude de Heisenberg

- **Δf (Hz) = $f_e/N = 1/(N*T_e) = 1/T_{max}$**
- **Il est impossible d'avoir à la fois une bonne précision temporelle et fréquentielle.**
- **Si on désire réaliser une analyse avec une bonne précision fréquentielle, le temps d'observation maximal T_{max} doit être grand (la mesure prendra plus de temps) et on devra choisir une largeur de bande en fréquence faible ainsi qu'une mauvaise précision temporelle pour un nombre d'échantillons N donné.**
- **Si on désire analyser un signal de haute fréquence (f_{max} grand), le temps d'observation T_{max} sera faible pour un nombre d'échantillons N donné et par conséquent la précision de la mesure en fréquence sera faible. Pour augmenter la précision de la mesure, il faut donc augmenter le nombre d'échantillons.**

Exercice 6

- On désire enregistrer un évènement qui dure 5 secondes, dont le fréquence d'intérêt est de 40 Hz.
  - Quel nombre d'échantillons préconisez vous?
  - Quelle sera la précision en fréquence de votre analyse?
  - Quelle fréquence maximale choisissez vous?

Transformée discrète de Fourier (FFT)

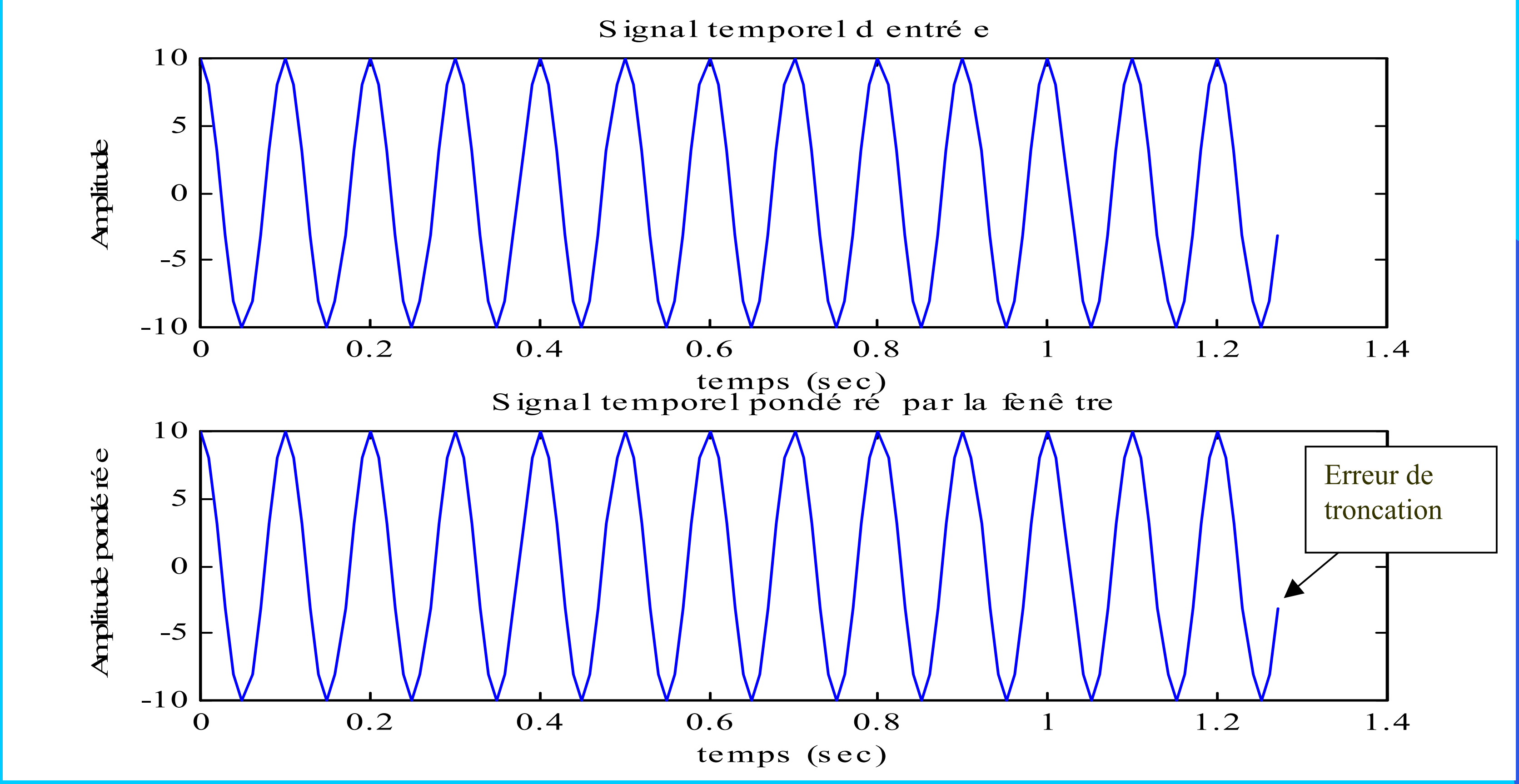
- **$\omega = n\,\Delta\omega$,**
- **n = 0,..,N-1 représente le numéro de la ligne fréquentielle**
- **$\Delta\omega$ représente la résolution fréquentielle,**
- **k est le numéro de l'échantillon,**
- **$\Delta\omega = 2\pi/(N \times T_e)$**
- **N: Nombre d'échantillons**
- **$\Delta t = Te$**
- **$t = k\,Te$**

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \times e^{-i\omega t}\,dt$$

$$X(\omega) = \Delta t \sum_{k=0}^{N-1} x(t) \times e^{-i\omega t}$$

$$X(k \cdot \Delta\omega) = T_e \sum_{k=0}^{N-1} x\left(k \cdot T_e\right) \times e^{\frac{-2\pi i n k}{N}}$$

Erreur de troncation du signal

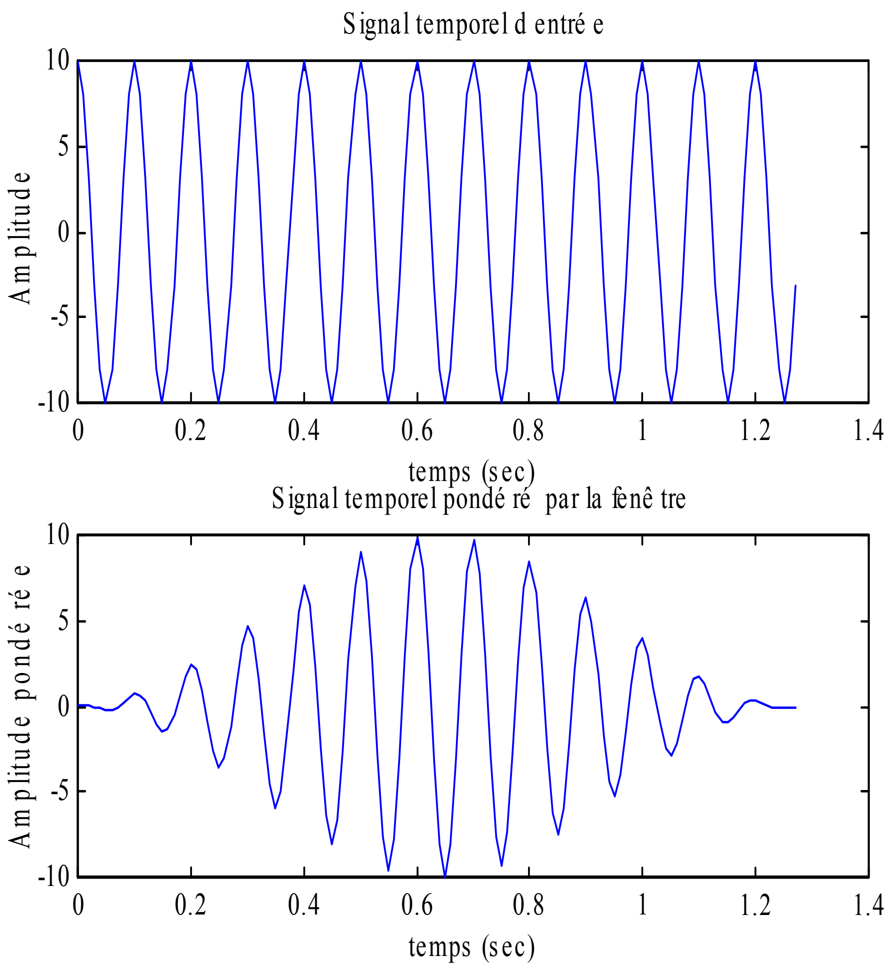


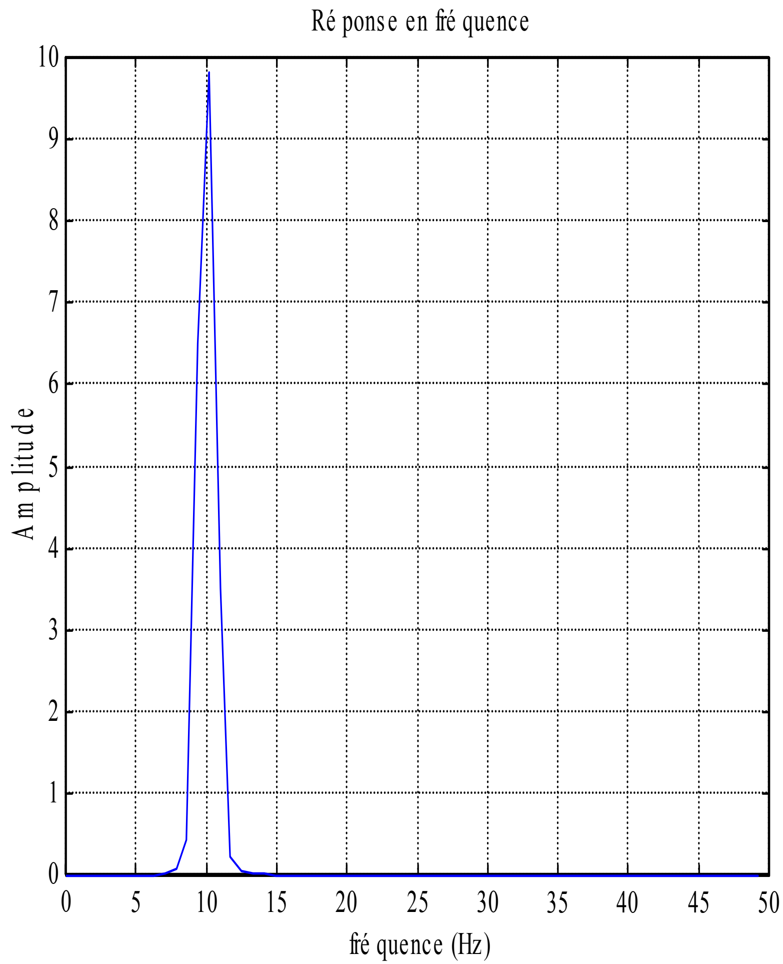
Fenêtrage

- Le fait de tronquer un signal introduit des erreurs qui génèrent de fausses fréquences.
- Pour limiter ces erreurs, on donne des formes (appelées fenêtres) aux fonctions de troncation en fonction du type de signal.
- On utilise:
  - Hanning pour les signaux aléatoires (ou inconnus),
  - Flat top pour les signaux périodiques,
  - Rectangulaire pour la force d'impacts,
  - Exponentiel pour la réponse transitoire.
  - Kaisser-bessel pour des signaux ayant des amplitudes différentes.

Exemple de fenêtre hanning

- La fenêtre hanning ne perturbe pas trop le signal



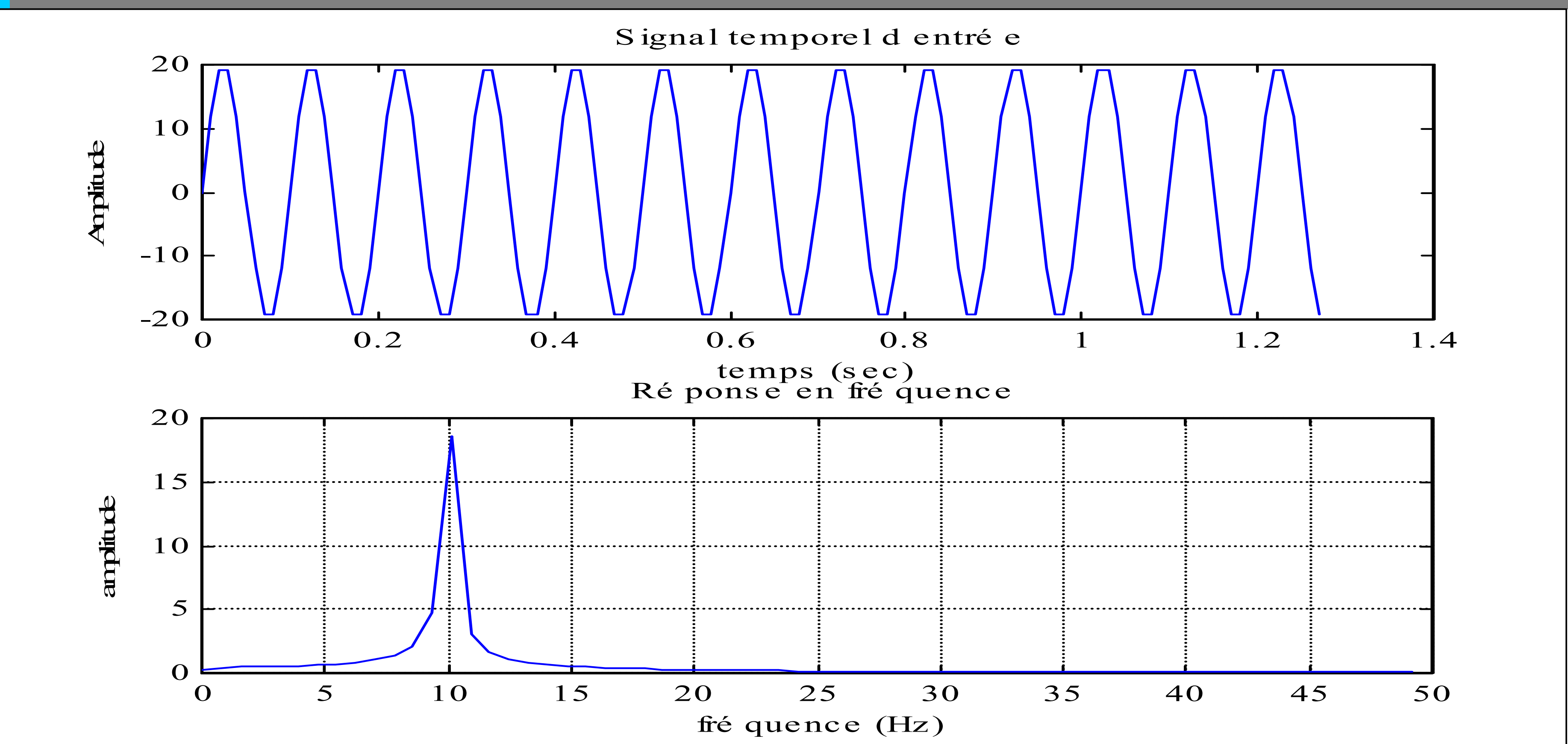


Décomposition d'un signal temporel en séries de Fourier

- Un signal périodique génère des fréquences distinctes.
- Un signal aléatoire ou transitoire couvre toute la gamme des fréquences.
- La modification d'un signal temporel périodique peut génèrer des harmoniques en fréquence (synchrones).
- On analyse souvent les fréquences synchrones en ordres.
- Un choc périodique génère toutes les harmoniques en fréquence.
- Une résonance génère (en général) des fréquences non synchrones.

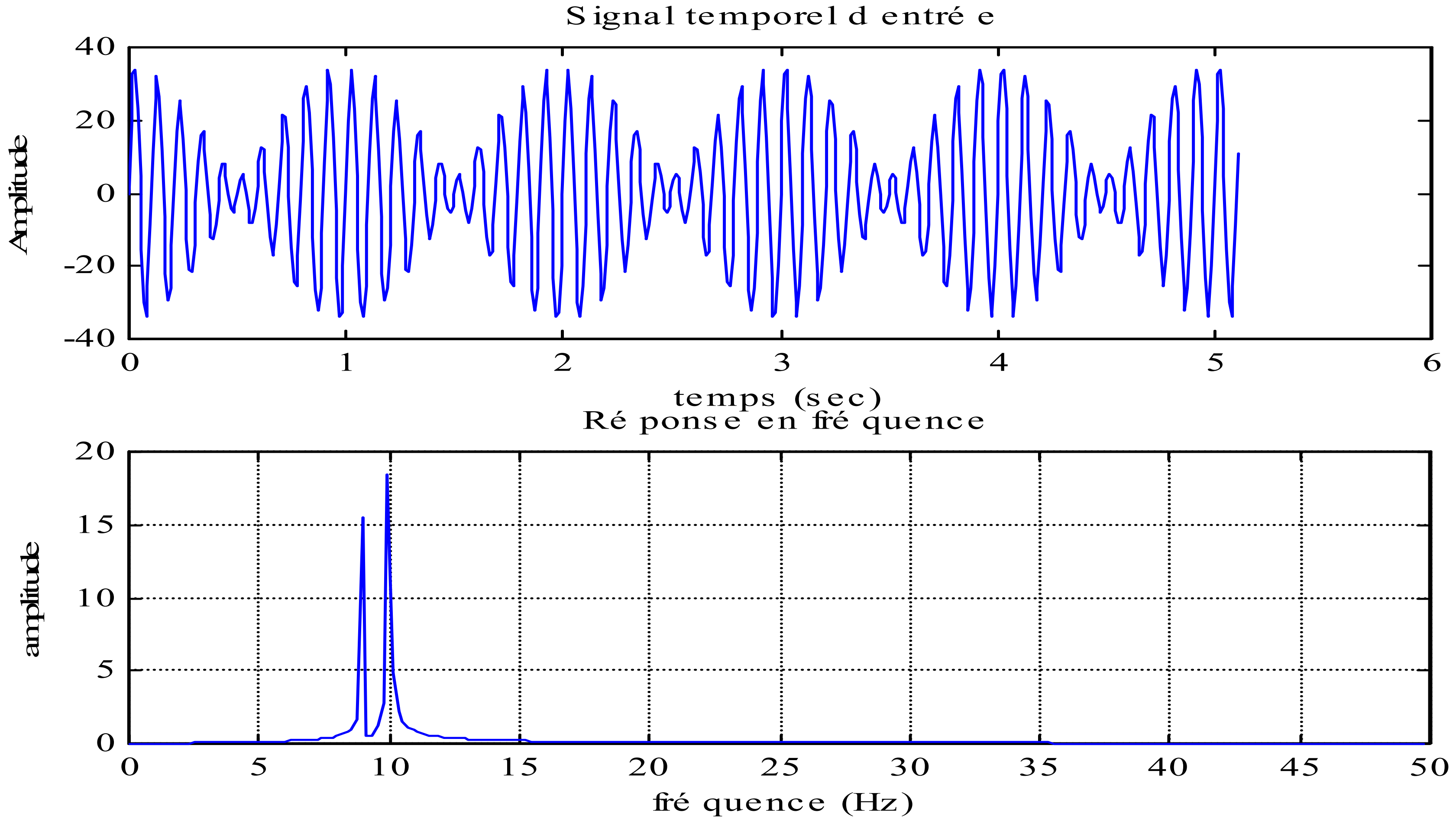
Exemple de signal harmonique simple

- Un signal harmonique simple génère une seule fréquence



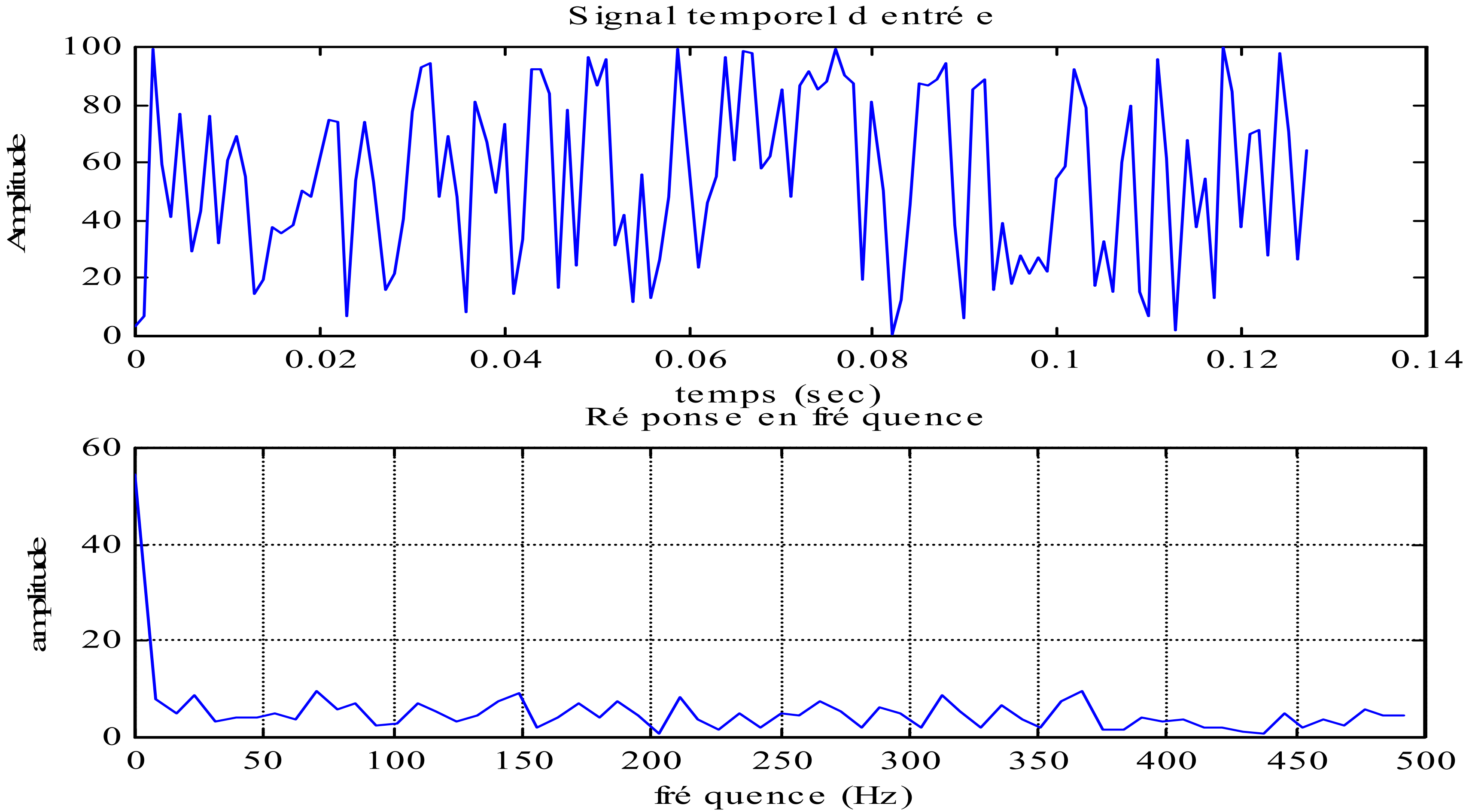
Phénomène de battement

- Le battement survient lorsque 2 fréquences sont collées.



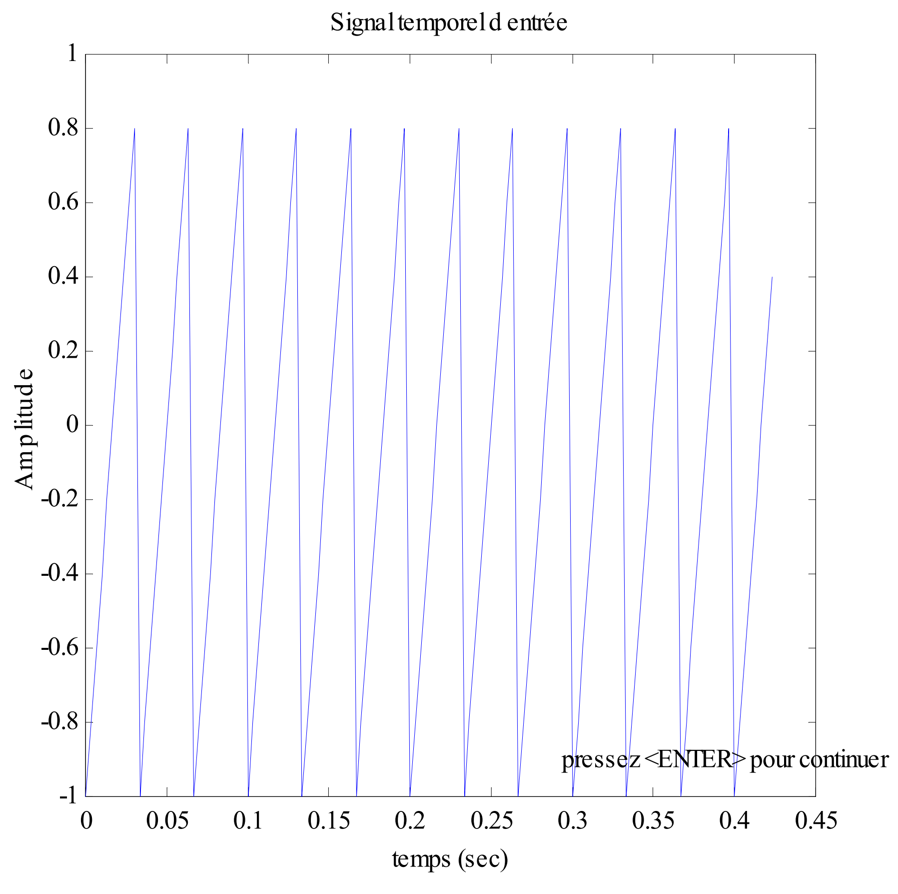
Vibration aléatoire

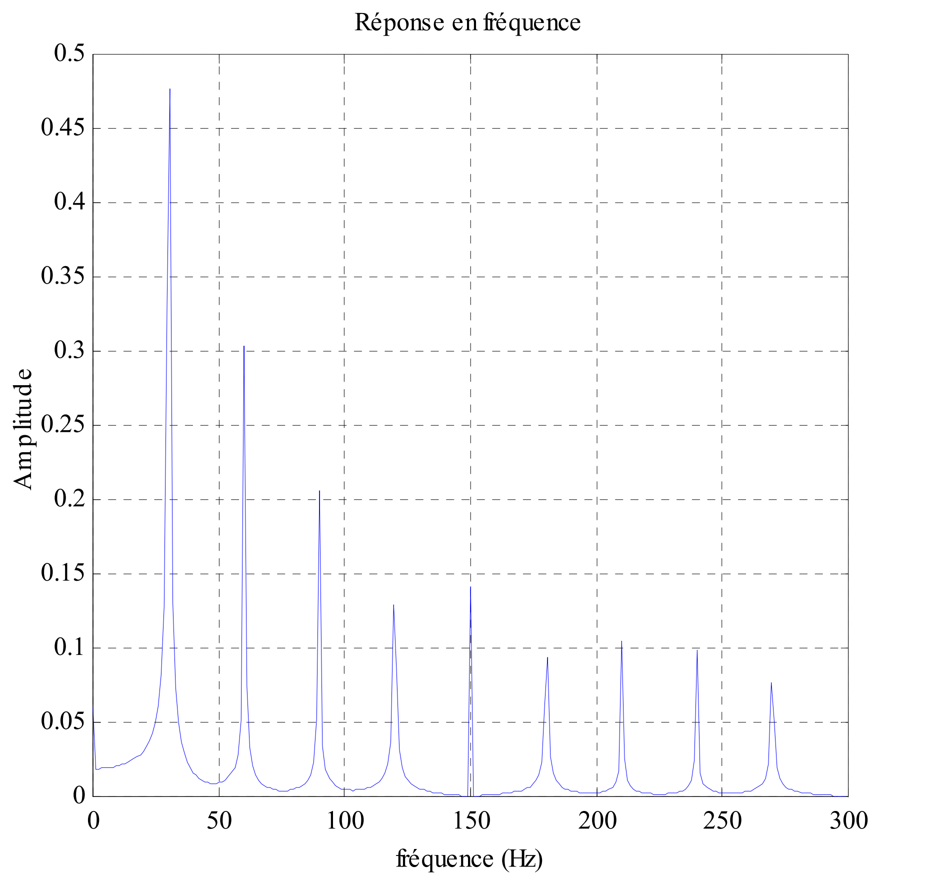
- Une vibration aléatoire excite toutes les fréquences



Choc répétitif

- Le choc répétitif (fonction peigne temporelle) crée une fonction peigne dans le domaine des fréquences





Exercice 7

- D'après une analyse en fréquence sur une machine qui tourne à 3600 rpm, vous constatez des fréquences de 60, 120, 180, 240, 300, 360, 420, 480 et 540 Hz.
  – Quelle est la cause probable du problème?

Génération de signaux périodiques

- Le logiciel analspectral en Matlab permet de générer toutes sortes de signaux périodiques. Il utilise les fonctions suivantes:
  - Echantillonnage
  - Genersignal
  - Choix
  - Fenetre
  - spectrefft

Exercices suggérés

- No 11.1 à 11. 9
- Génerez des signaux temporels à l'aide du logiciel analspectral, comparez les réponses fréquentiels en jouant avec les fenêtres et calculez le Kurtosis et le facteur de crête de chaque signal.